



TRILHA DO CONCURSEIRO

CORREIO

**Raciocínio
Lógico e
Matemático**







TRILHA DO CONCURSEIRO

**ADQUIRA O MATERIAL
COMPLETO
CLICANDO ABAIXO**





TRILHA DO CONCURSEIRO

GRUPO CORREIO

CLIQUE AQUI

GRUPO TODOS OS CONCURSOS

CLIQUE AQUI

GRUPO CARREIRAS BANCARIAS

CLIQUE AQUI

R

RESTRICTED



TRILHA DO CONCURSEIRO

®

Índice

1) Noções Elementares	3
2) Circunferência	8
3) Triângulos	14
4) Quadriláteros	28
5) Polígonos	31
6) Questões Comentadas - Noções Elementares - Multibancas	35
7) Questões Comentadas - Circunferência - Multibancas	44
8) Questões Comentadas - Triângulos - Multibancas	63
9) Questões Comentadas - Quadriláteros - Multibancas	82
10) Questões Comentadas - Polígonos - Multibancas	103
11) Lista de Questões - Noções Elementares - Multibancas	121
12) Lista de Questões - Circunferência - Multibancas	125
13) Lista de Questões - Triângulos - Multibancas	132
14) Lista de Questões - Quadriláteros - Multibancas	138



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



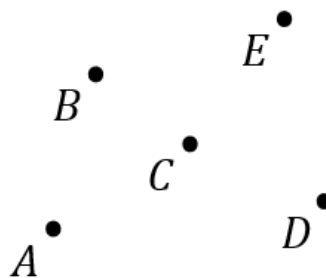
GEOMETRIA PLANA

Introdução

Ponto e Reta

Ponto

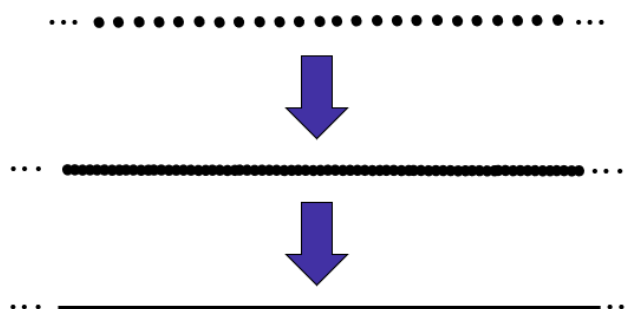
O ponto, a reta e o plano são noções bem **primitivas** de geometria. Tente definir um ponto. Você vai perceber que existe uma certa dificuldade nisso (rsrs). Apesar de não ter uma definição "pra valer", sabemos algumas de suas propriedades, de forma que conseguimos identificá-lo e caracterizá-lo.



A figura acima mostra vários exemplos de pontos. Você pode notar que chamamos cada um deles de uma **letra maiúscula**. É a notação mais comum. Uma outra característica do ponto é que ele **não possui dimensão**. Dizemos que é um elemento adimensional.

Reta

Por sua vez, **a reta vai ser formada pela união de infinitos pontos**.



Na imagem acima, tentei representar vários pontos se aglomerando até formarem uma reta (rsrs). Vamos lá! *Quais são as características de uma reta?* Primeiro: **ela é unidimensional**. Enquanto um ponto não possui dimensão (é adimensional), a reta agora é unidimensional.

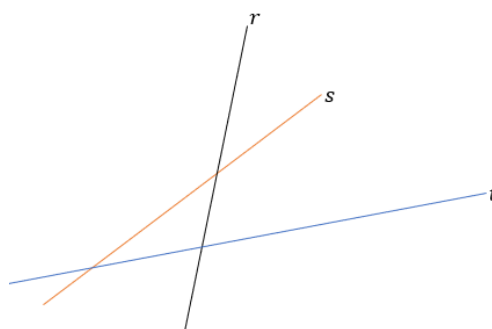


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

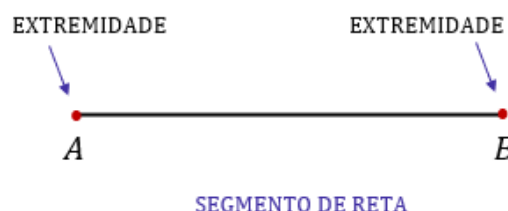


Segundo: **ela é infinita para ambos os lados!** Ou seja, ela segue indefinidamente para qualquer um dos lados (apesar de não ser obrigatório, usamos reticências nas "extremidades" da reta para expressar esse fato).

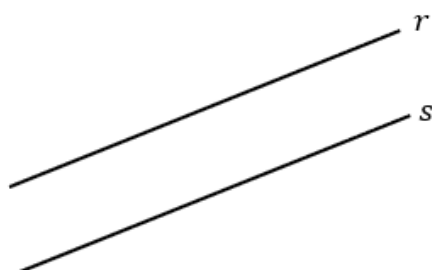


A imagem acima mostra a notação que usamos para as retas: **letras minúsculas**. Enquanto nos pontos usamos letras maiúsculas, nas retas são letras minúsculas! Vale ressaltar que o alfabeto que estamos utilizando de referência aqui é o latino (Aa, Bb, Cc, ..., Zz).

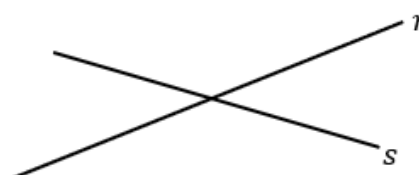
Agora, vou contar para vocês uma novidade. Em algumas situações, a reta terá extremidade(s). Logo, ela não se prolongará até ao infinito nos dois lados. Quando ela tiver **uma extremidade**, a chamaremos de **semirreta**. Por sua vez, quando ela tiver as **duas extremidades**, será apenas um **segmento de reta**.



Normalmente, representamos o segmento de reta com extremidades A e B por $\overline{AB}$. Além desse detalhe, existe mais uma classificação que leva em conta se duas ou mais retas estão se encontrando. *Como assim?!*



RETAS PARALELAS



RETAS CONCORRENTES

As **retas paralelas não se encontram**, enquanto as **retas concorrentes sim**. Essas últimas possuem **um único ponto em comum**. Duas retas que se encontram em mais de um ponto necessariamente vão se encontrar em todos os demais e serão chamadas retas coincidentes!



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

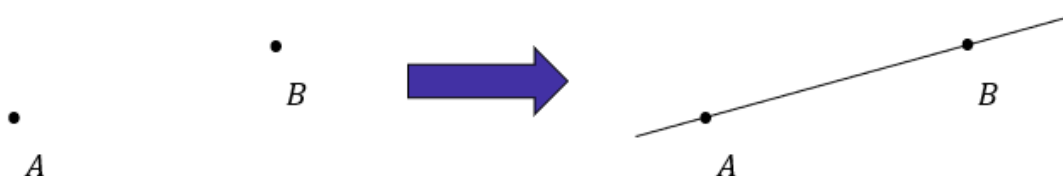
 $r \equiv s$

RETAS COINCIDENTES

É como se uma reta estivesse em cima da outra!!

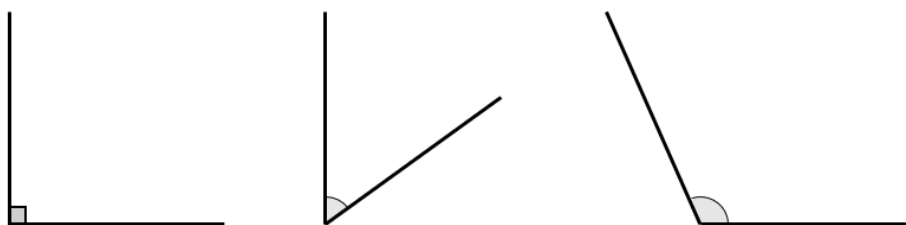
Para finalizar essa parte introdutória de retas, anote aí a seguinte propriedade:

- Sempre conseguiremos traçar uma reta por quaisquer dois pontos. Essa reta será única.

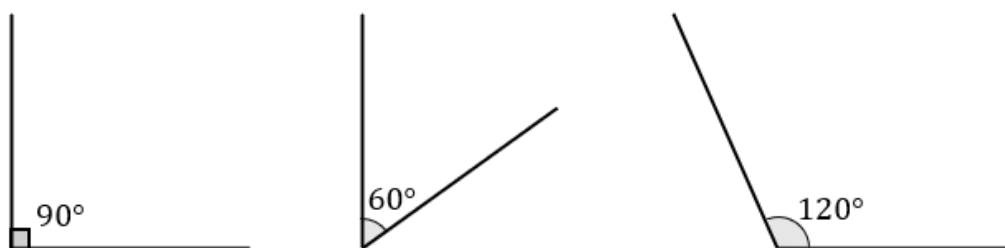


Ângulos

Um ângulo é formado pelo **encontro de duas semirretas**. Esse encontro pode se dar de várias formas. Veja.



Perceba que dependendo de como arranjamos as semirretas, vamos ter aberturas diferentes. Nós podemos **quantificar essa abertura e expressar o resultado em graus (°) ou radianos (rad)**.



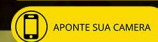
ÂNGULOS REPRESENTADOS EM GRAUS (°)

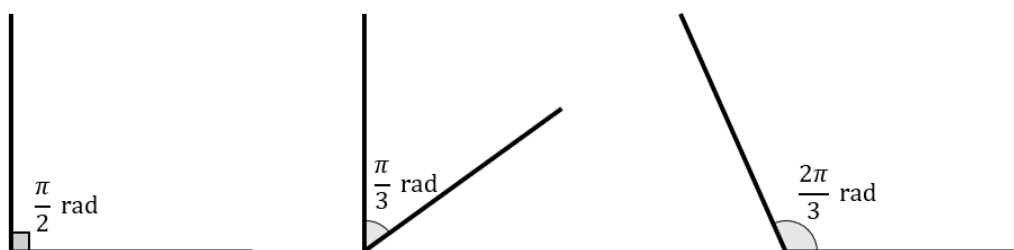
Agora olhe os mesmos ângulos, mas expressados em radianos.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>





ÂNGULOS REPRESENTADOS EM RADIANOS (rad)

São duas maneiras bem diferentes de expressarmos os ângulos, concorda? Muitos alunos possuem facilidade quando estão trabalhando com graus ($^{\circ}$), mas quando aparece um ângulo em radianos (rad), já ficam assustados. Moçada, apenas uma regra de três simples separa um ângulo em radiano de um ângulo em grau (ou vice-versa). Para isso, lembre-se sempre do seguinte:

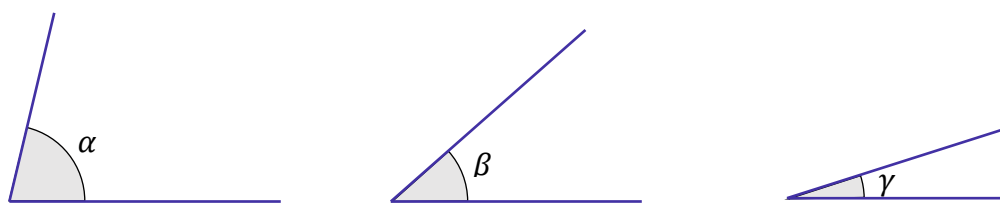
TOME NOTA!



180° equivalem a **π rad.**

Agora que sabemos o que é um ângulo e suas unidades, vamos entrar nas nomenclaturas e classificações.

- **Ângulo Raso:** É o ângulo de 180° (π rad).
- **Ângulo Reto:** É o ângulo de 90° ($\pi/2$ rad)
- **Ângulo Agudo:** Todo ângulo maior que 0° e menor que 90° .



α, β e γ são ângulos agudos.

- **Ângulo Obtuso:** Todo ângulo maior que 90° e menor que 180° .



δ e θ são ângulos obtusos.



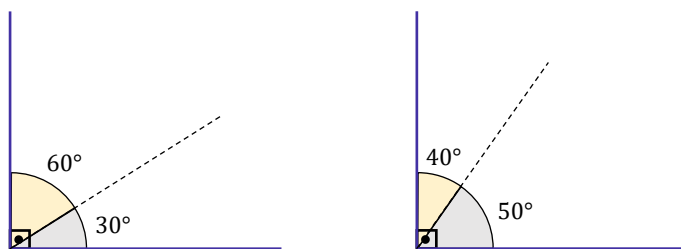
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- **Ângulos Complementares:** Dois ângulos são chamados de complementares quando sua soma é igual a 90° .



Por exemplo, 60° e 30° são ângulos complementares, já que $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$.

- **Ângulos Suplementares:** Dois ângulos são chamados de suplementares quando sua soma é igual a 180° .



Observe que 150° e 30° são ângulos suplementares, uma vez que sua soma é igual a 180° .

Graus, minutos e segundos

Para finalizar esse tópico inicial, vamos apresentar a relação entre grau, minutos e segundos.

Professor, o que tempo tem a ver com ângulos?

Galera, é importante não misturarmos as coisas. Muito cuidado para não confundir esse ponto da matéria! Aqui, "minutos" e "segundos" são unidades de medida angular (assim como o grau)! Não tem nada a ver com tempo. Dizemos que 1 grau tem 60 minutos e que 1 minuto tem 60 segundos.

TOME NOTA!



$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

Guarde bem isso pois é fundamental na hora das conversões!

Note que representamos o minuto com a plica simples (') e o segundo como a plica dupla ("). Na hora da questão, atente-se a esses símbolos para não confundir minuto com segundo (ou vice-versa).



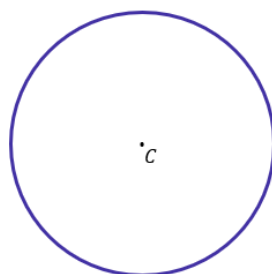
ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



Circunferência

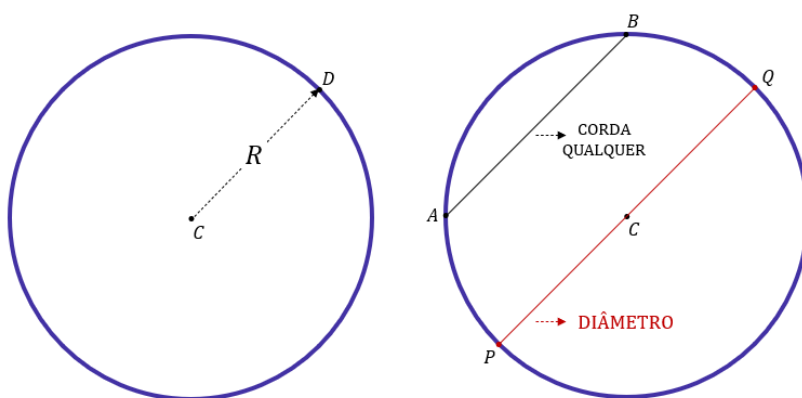
A primeira figura geométrica que estudaremos na aula de hoje será a circunferência. Particularmente, acho ela bem interessante, já que é uma **forma bem corriqueira**. Lembre-se de uma pizza, de um pneu, de uma moeda... todos eles possuem um formato circular (circunferencial). Com um pouco mais de rigor, nós definimos uma circunferência como sendo **o conjunto dos pontos equidistantes de um centro (C)**.



Raio, Diâmetro e Cordas

Quando estamos falando do raio (R) de uma circunferência, estamos falando da **distância entre seus pontos e o centro**. Por sua vez, corda é o segmento de reta que une dois pontos quaisquer de uma circunferência.

Acontece que **quando essa corda passa pelo centro da circunferência, nós a chamamos de diâmetro**. Para um melhor entendimento, vamos dar uma olhada nas figuras abaixo!



A figura de esquerda ilustra **o raio**. É exatamente a distância entre o centro e um ponto da circunferência. Na situação retratada, chamamos esse ponto de D. Já na circunferência da direita, quero mostrar pra você a diferença entre o diâmetro e uma corda qualquer.

Pessoal, para ser diâmetro, **o segmento de reta precisa passar pelo centro da circunferência**. Caso não passe (como o segmento AB), teremos uma corda. É verdade que o diâmetro não deixa de ser uma corda, mas é uma "corda especial", pois ela **é a corda de maior comprimento**!



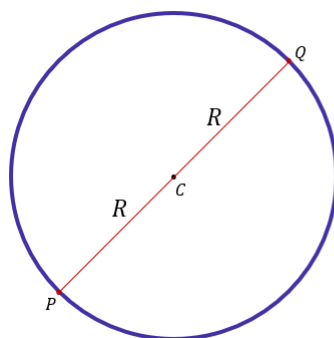
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Se olharmos com atenção para a figura, vemos que o comprimento do diâmetro (ou simplesmente diâmetro a partir de agora) vale exatamente **duas vezes o raio**. Por esse motivo, escrevemos que:



$$D = 2R$$



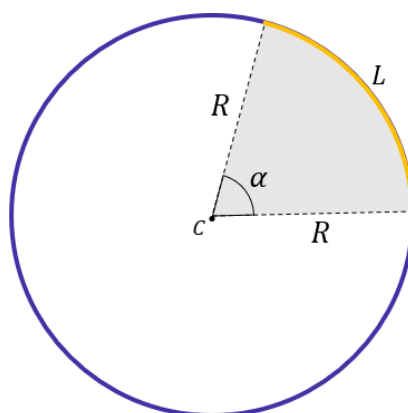
Raio: distância do centro até um ponto da circunferência.

Corda: segmento de reta que liga dois pontos quaisquer da circunferência.

Diâmetro: corda que passa pelo centro da circunferência. Mede o dobro do raio ($2R$).

Setores

Um setor de circunferência corresponde à famosa **fatia de pizza**! Observe a figura abaixo.



Todo setor possui um ângulo central (α). Além disso, a borda da pizza (destacada de amarelo) possui um comprimento L . É o que chamamos de comprimento do arco. **Esse comprimento L depende tanto do ângulo central (α) como do raio (R).**



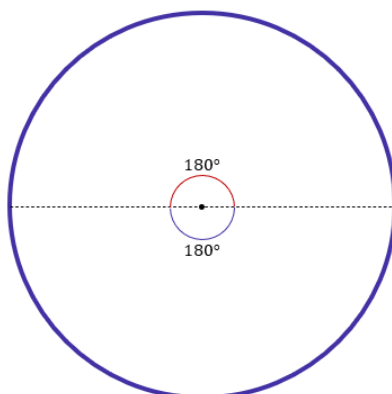
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



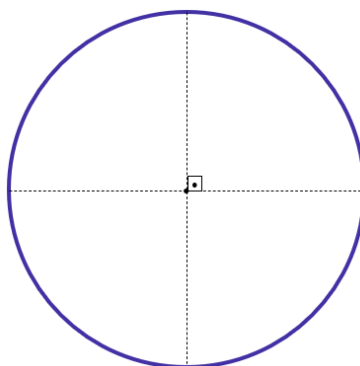
APONTE SUA CAMERA

Aprenderemos a calculá-lo em breve. Antes disso, vamos aprender a calcular α . Para isso, imagine que você recebeu uma pizza enorme e vai dividi-la com um colega. Você corta ao meio:



Veja que cada setor ficou com um ângulo central de 180° .

Situação análoga ocorreria se dividíssemos a pizza em 4 fatias idênticas.



Quando temos quatro setores idênticos, o ângulo central de cada um deles é igual a **um quarto do ângulo total da circunferência**, isto é,

$$\alpha = \frac{360^\circ}{4} \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Comprimento da Circunferência

Lembra que no tópico passado eu falei sobre comprimento do arco? Que era tipo a medida da borda da fatia da pizza. Aqui, no comprimento da circunferência, estamos nos referindo **a medida da borda de toda a pizza** e não apenas da fatia! *Eita, tanta pizza que já tá dando fome! (rsrs)*. Existe uma figura que eu gosto bastante para explicar o comprimento da circunferência, veja:

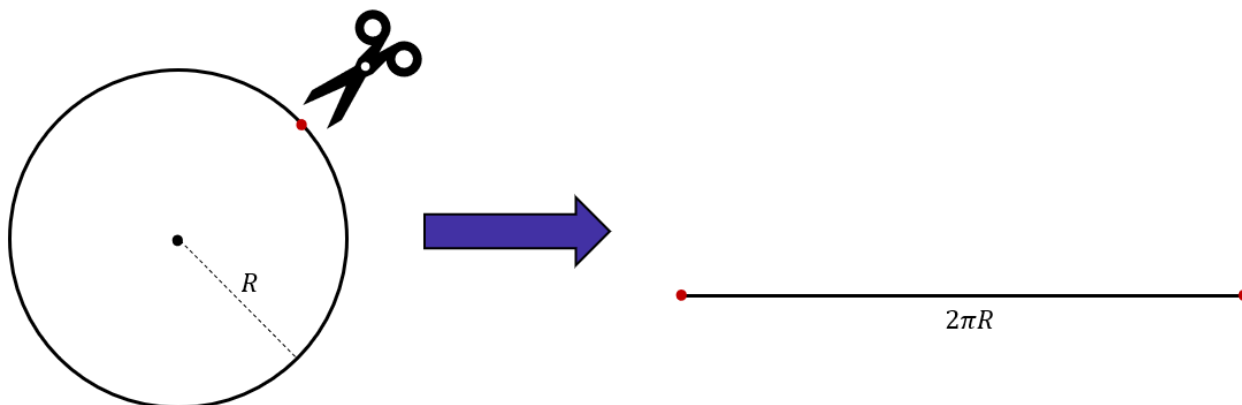


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

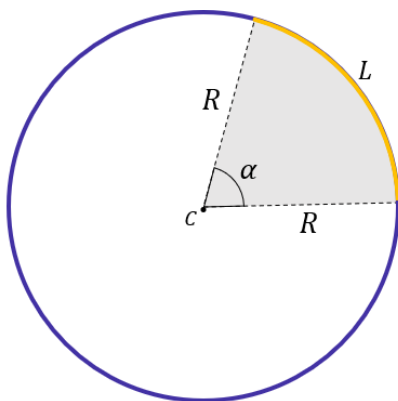


Ficou um pouco melhor de visualizar? Para tentar explicar de uma outra forma, imagine uma formiga no ponto vermelho, onde a tesoura vai cortar! **A distância que ela andaria para completar a volta** (andando apenas sobre a linha preta) é exatamente igual ao comprimento da circunferência (C). Esse valor é dado por uma fórmula bem conhecida que já adiantei um pouco na imagem acima, anota aí!

$$C = 2\pi R$$

Comprimento do Arco

Agora que sabemos calcular o comprimento de uma circunferência, podemos fazer uma regra de três simples para achar o comprimento do arco. Voltemos para a figura do setor.



Ora, se quando temos uma circunferência inteira (que possui 360°), o comprimento dela é $2\pi R$, então um arco de ângulo central α tem comprimento L .

$$\begin{array}{ccc} 360^\circ & \longleftrightarrow & 2\pi R \\ \alpha & \longleftrightarrow & L \end{array}$$

Multiplicando cruzado.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



$$L = 2\pi R \cdot \left(\frac{\alpha}{360^\circ}\right)$$

Essa é a expressão para quando **estamos usando o ângulo central em graus!!** Caso você esteja usando α em radianos, devemos usar 2π na regra de três ao invés de 360° .

$$\begin{array}{ccc} 2\pi & \longleftrightarrow & 2\pi R \\ \alpha & \longleftrightarrow & L \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$L = \alpha \cdot R$$

Área da Circunferência

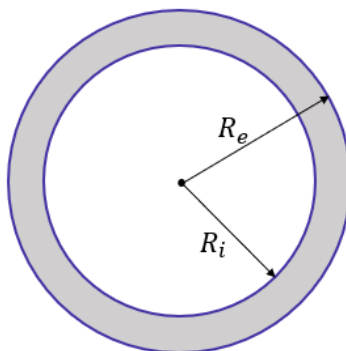
Quando calculamos a área de uma figura plana, estamos tentando **quantificar o tamanho da região delimitada por ela**. Pode ser um conceito meio abstrato, mas sempre usamos no dia-a-dia. Se conhecemos o raio da circunferência, podemos calcular sua área.

$$A = \pi R^2$$

Sugiro muito que guardem essa fórmula no coração. Além disso, a dica suprema é: **faça muitos exercícios** que envolvam cálculos de áreas de circunferência.

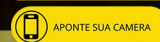
Área da Coroa Circular

Para finalizar essa parte de circunferência, gostaria de comentar com vocês sobre **a área de uma coroa!** É um tipo de problema envolvendo áreas de circunferências bem comum! Por isso, é bom estarmos atentos. Imagine a seguinte situação:

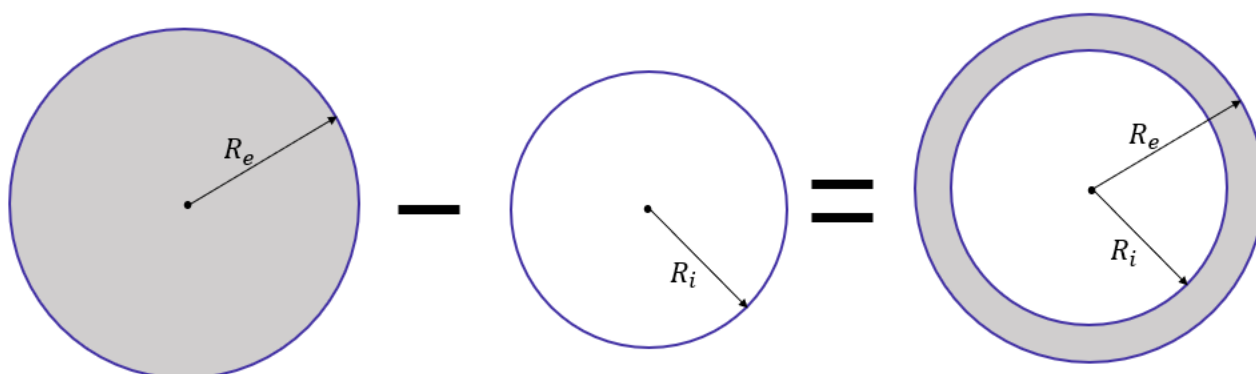


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



A região destacada acima é o que chamamos de **coroa circular**. Como fazemos para calcular sua área? Note que temos uma **circunferência externa de raio R_e** e uma **circunferência interna de raio R_i** . Podemos esquematizar a situação da seguinte forma:



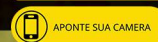
Assim, para calcular a área da coroa, devemos subtrair a área do círculo maior (externo) da área do círculo menor (interno), tudo bem?! Assim,

$$A_{coroa} = A_{externo} - A_{interno} \rightarrow A_{coroa} = \pi R_e^2 - \pi R_i^2 \rightarrow A_{coroa} = \pi(R_e^2 - R_i^2)$$



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



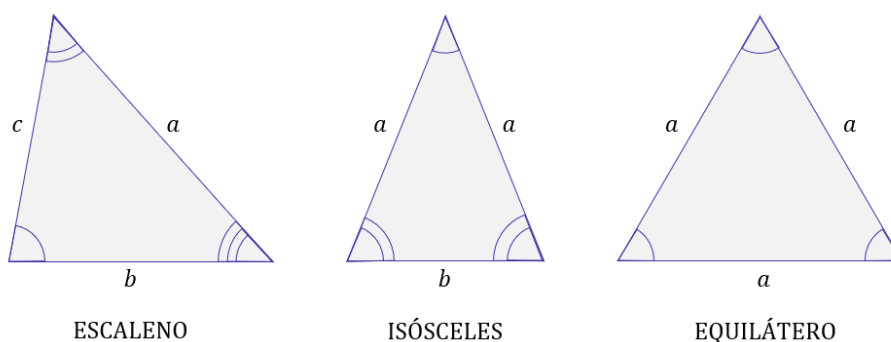
Triângulos

Agora falaremos um pouco sobre os triângulos. De modo simplificado, podemos definir um triângulo como uma **figura plana formada por três segmentos de reta**. Acontece que esses segmentos de reta não são dispostos de qualquer maneira. Eles devem formar três lados e três ângulos bem definidos, tudo bem?

Assim como na circunferência, nesse tópico falaremos sobre o perímetro e áreas, mas tudo no seu devido tempo! Primeiro, devemos aprender **quais os tipos de triângulo existem** e suas características. Vamos?!

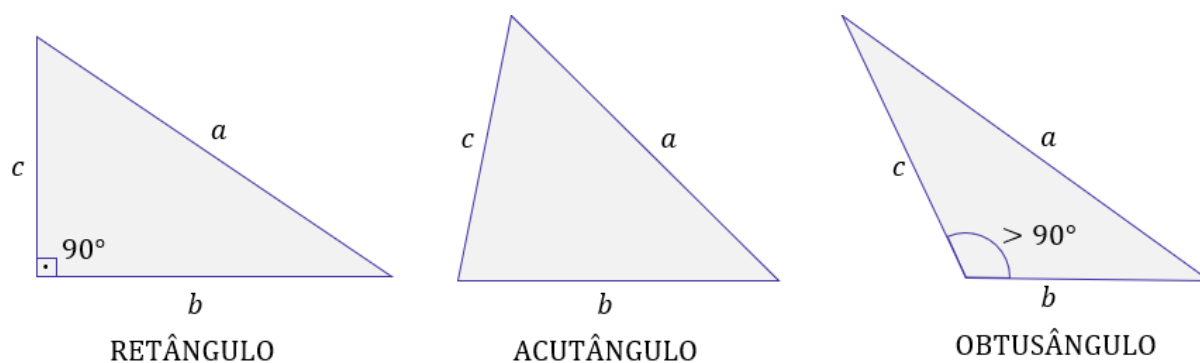
Classificações

Quando estamos olhando apenas para o lado, podemos classificar os triângulos de três maneiras.



- **Escaleno:** todo triângulo que possui os **três lados distintos**! $a \neq b \neq c$. Como consequência, os ângulos opostos a cada um desses lados também serão diferentes.
- **Isósceles:** triângulo que possui **dois lados iguais**. Os ângulos opostos a esses lados também serão idênticos.
- **Equilátero:** triângulo com **todos os lados iguais**. Assim, todos os ângulos internos desse tipo de triângulo também são congruentes, medindo exatamente 60° .

Já quando estamos olhando para os ângulos internos, podemos classificar os triângulos da seguinte forma:



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CÂMERA

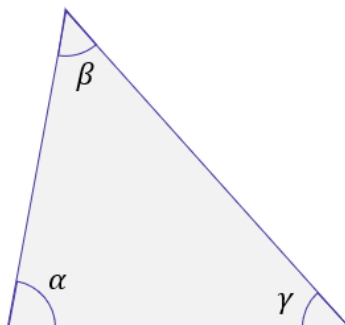
- **Retângulo:** **um dos ângulos do triângulo é um ângulo reto, isto é, de 90°** . Talvez, esse é o triângulo mais comum em provas. Afinal, é nele que utilizamos o famoso "Teorema de Pitágoras". Estudaremos esse triângulo com mais detalhes em breve.
- **Acutângulo:** **todos os ângulos do triângulo são agudos**, isto é, maiores que 0° e menores que 90° .
- **Obtusângulo:** **um dos ângulos do triângulo é um ângulo obtuso**, isto é, maior que 90° e menor que 180° .

Ângulos Internos e Externos

Feito esse parêntese para o estudo dos triângulos retângulos, vamos voltar a analisar os triângulos em geral. Pessoal, guardem aí com vocês o seguinte: **a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180°** .

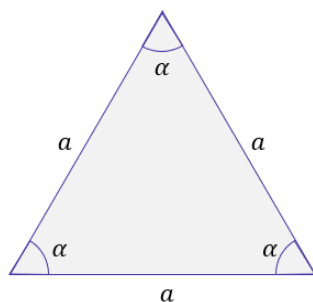


A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180° !



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Lembre-se que no triângulo equilátero, todos os lados são iguais e que, com isso, temos que **todos os ângulos internos também são**! Em uma imagem, podemos representar assim:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180° , temos que:

$$\alpha + \alpha + \alpha = 180^\circ \rightarrow 3\alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{3} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

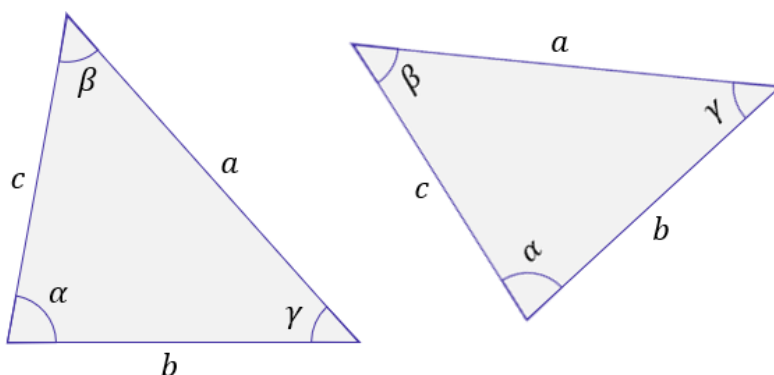
É por esse motivo que, sempre que estamos trabalhando com triângulos equiláteros, qualquer um de seus ângulos internos valerá 60° . Tudo certo até aqui?!

Agora, sobre os ângulos externos de um triângulo, anote:

A soma dos ângulos externos de um triângulo vale 360° .

Congruência e Semelhança de Triângulos

Dois triângulos são congruentes quando eles são iguais. Veja o par de triângulos abaixo.



Note que **os dois triângulos são exatamente iguais**, um apenas está rotacionado com relação ao outro, podendo parecer que são diferentes. No entanto, se algum texto está falando de triângulos congruentes, ele está falando de triângulos idênticos! **Mesmo lados, mesmo ângulos! Não muda nada!**

A pergunta agora é: precisamos saber *todos os lados e todos os ângulos*, dos dois triângulos, para determinar que são congruentes?! A resposta é: não! Nós podemos concluir sobre a congruência de dois triângulos apenas com alguns valores de lados e/ou ângulos.

Critérios de Congruência

1. Lado-Lado-Lado (LLL)

Se os dois triângulos possuírem os mesmos lados, então eles serão congruentes.

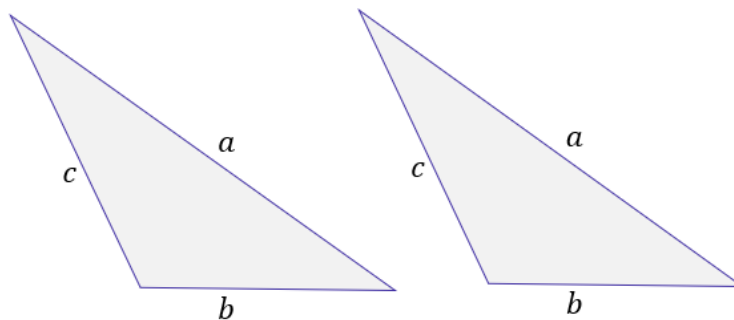


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



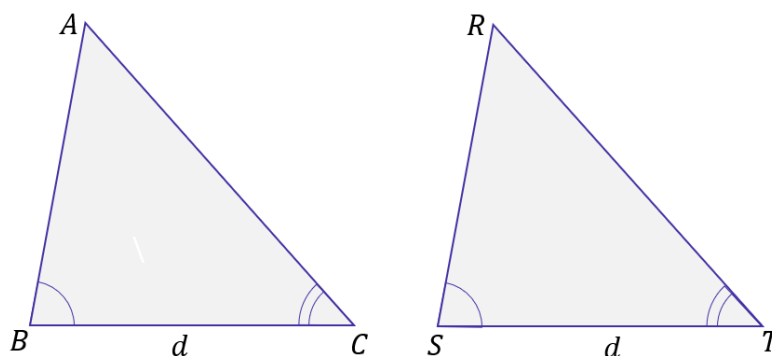
APONTE SUA CAMERA



Esse critério nos diz que se os lados dos dois triângulos forem iguais, não precisamos nem olhar os ângulos. Só esse fato já nos garante que os dois são congruentes. Ok?!

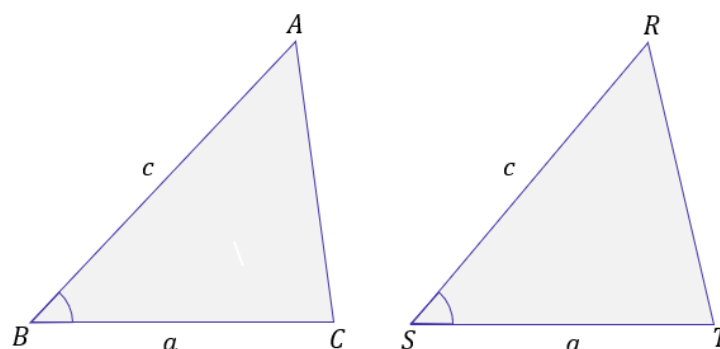
2. Ângulo-Lado-Ângulo (ALA)

Se dois triângulos possuem dois ângulos e o lado entre eles iguais, então os triângulos são congruentes.



3. Lado-Ângulo-Lado (LAL)

Se dois triângulos possuem dois lados e o ângulo entre eles iguais, então os triângulos são congruentes.



4. Ângulo-Ângulo-Lado (AAL)

Se dois triângulos possuem dois ângulos e um lado oposto a um desses ângulos iguais, então os triângulos são congruentes.

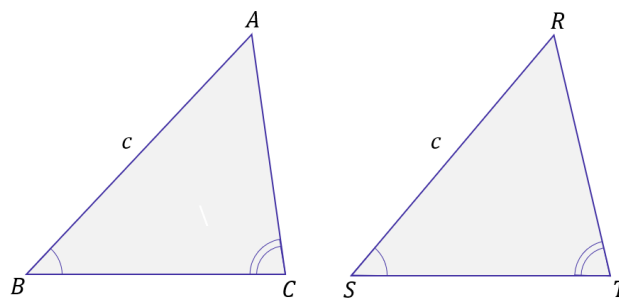


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Esses são os critérios mais importantes! Resumindo para vocês: **dois triângulos são congruentes quando eles são idênticos entre si (lados e ângulos iguais)**. Acontece que, não é preciso sabermos todos os lados nem todos os ângulos para concluir que dois triângulos são iguais.

Quando utilizamos os critérios acima, podemos concluir pela congruência dos triângulos sabendo apenas algumas poucas informações. Tudo bem?! Na prática, **esse não é um conteúdo muito explorado em prova**. Em contrapartida, o tema de semelhança de triângulos despenca!! Vamos entrar de vez nesse assunto!

Semelhança de Triângulos

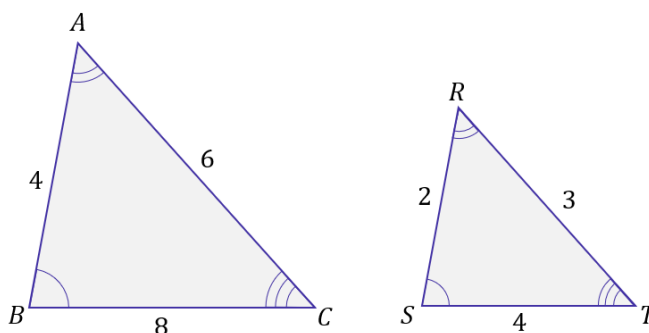
Pessoal, na semelhança de triângulos, vamos continuar com os três ângulos iguais. No entanto, os três lados devem ser proporcionais e não necessariamente iguais (como ocorre na congruência).



Triângulos Congruentes: ÂNGULOS E LADOS IGUAIS.

Triângulos Semelhantes: ÂNGULOS IGUAIS E LADOS PROPORCIONAIS.

Veja um par de triângulos semelhantes.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Os triângulos acima são semelhantes. Eles possuem ângulos internos iguais e os lados são proporcionais. Note que o triângulo ABC possui lado sempre o dobro do lado correspondente no triângulo RST.

$$\frac{AB}{RS} = \frac{4}{2} = 2$$

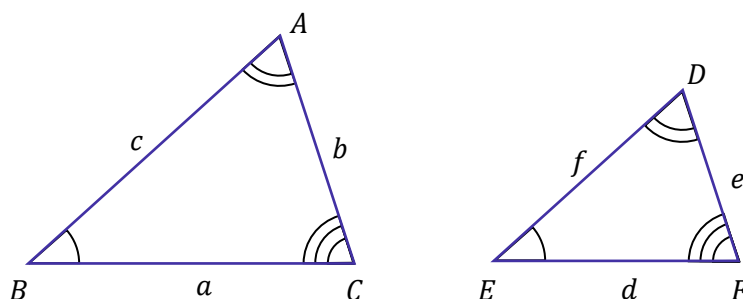
$$\frac{BC}{ST} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{AC}{RT} = \frac{6}{3} = 2$$

Chamamos esse "2" de razão de semelhança. Ele reflete a proporcionalidade entre os lados.

Professor, estou entendendo que quando temos triângulos com ângulos iguais e lados proporcionais, eles serão semelhantes. Mas, para que serve isso?

Se você identificar que dois triângulos são semelhantes, então poderá estabelecer **uma relação entre os lados desse triângulo**. Observe a figura abaixo.



Galera, **ABC e DEF são triângulos semelhantes**. Com isso, sabemos que seus lados são proporcionais. Por sabermos esse fato, podemos escrever a seguinte relação:

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$$

Observe que sempre fazemos **a razão entre dois lados correspondentes**. Cuidado para não misturar tudo! Note que "**a**" e "**d**" são opostos ao mesmo ângulo, por isso, fazemos a razão a/d. Sugiro adotar essa forma de escrever as razões, para evitar confusão.

Teorema de Tales

Vou tentar ser bem objetivo nesse ponto da matéria. O enunciado clássico do Teorema é o seguinte:

"Um feixe de retas paralelas determina, em duas retas transversais quaisquer, segmentos proporcionais."



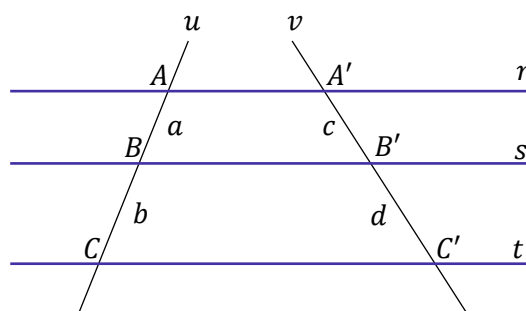
ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Professor, é o quê? Vamos ver uma imagem!



u, v: são as retas **transversais** (que é toda reta que intercepta um feixe de retas paralelas);
r, s, t: são as retas paralelas.

Sempre que conseguir identificar uma situação como acima, você poderá escrever que:

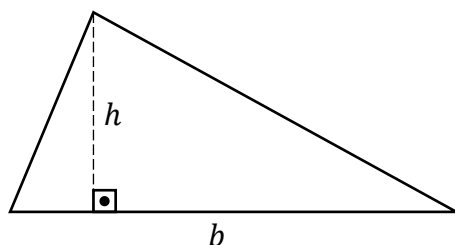
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

A demonstração desse fato **não tem um custo-benefício razoável**, portanto, nos limitaremos a aplicar o resultado comentado anteriormente, tudo bem? Para ilustrar, vamos ver uma questão.

Área de um Triângulo

Pessoal, esse é **um dos tópicos mais importantes dessa aula**. Há diversas maneiras de calcularmos a área de um triângulo. De acordo com as informações que tivermos, usaremos uma fórmula ou outra.

- Quando temos a base e a altura do triângulo.



"**h**" representa a medida da altura, enquanto "**b**" representa a medida da base. Quando tivermos essas informações, podemos calcular a área de um triângulo por meio da seguinte fórmula:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



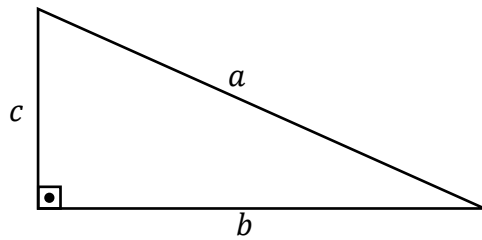
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

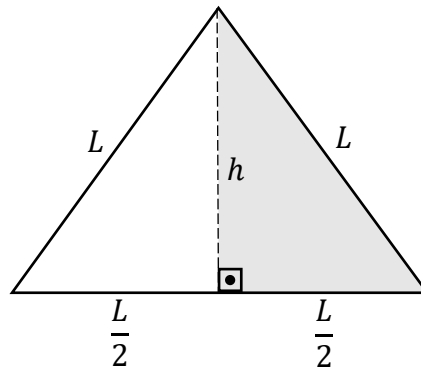
- Quando o triângulo é retângulo



Galera, perceba que quando o triângulo é retângulo, a altura relativa à base "b" é o próprio cateto "c". Assim,

$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$

- Quando o triângulo é equilátero



Quando o triângulo é equilátero, **a altura relativa a qualquer um dos lados, vai sempre dividir esse lado ao meio**. Agora, observe o triângulo retângulo em destaque. Com o teorema de Pitágoras, podemos determinar a altura "h" em função do lado "L".

$$L^2 = h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \rightarrow h^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} \rightarrow h^2 = \frac{3L^2}{4} \rightarrow h = \frac{L\sqrt{3}}{2}$$

Com isso, podemos usar a fórmula que vimos anteriormente, substituindo o valor da altura "h" por esse que acabamos de encontrar.

$$A = \frac{bh}{2} \rightarrow A = \frac{L \cdot \left(\frac{L\sqrt{3}}{2}\right)}{2} \rightarrow A = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

Portanto, observe que existe uma fórmula "pronta" para calcularmos a área de um triângulo equilátero. **Se você sabe apenas o lado, já pode calcular a área**. No entanto, na prática, você não precisa memorizá-la. Se conhece a fórmula $A = bh/2$ e o Teorema de Pitágoras, **poderá deduzi-la a qualquer tempo**.



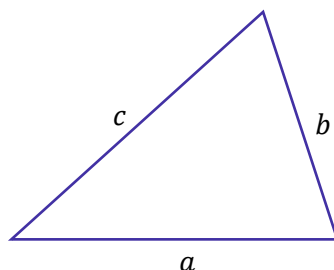
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- Quanto temos apenas os lados do triângulo.



Nessas situações, usaremos a famosa **fórmula de Heron**. Não é tão comum à sua cobrança em provas, mas é bom estarmos espertos. Quando você tiver todos os lados mas não sabe os ângulos nem as alturas, a fórmula abaixo resolve sua vida:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

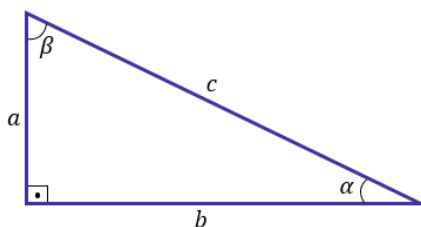
Não é uma fórmula muito amigável, eu sei. Sorte nossa que **ela cai muito pouco**. Aqui, o "**p**" representa o **semiperímetro**, que pode ser determinado por meio da fórmula abaixo!

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

Peço que não se preocupe com a demonstração, pois **o custo benefício de fazê-la aqui é quase nulo**. Nessas horas, vamos tentar ser o mais prático e objetivo possível.

Triângulo Retângulo

O triângulo retângulo é tão importante que estudaremos ele em separado! Lembrem-se que chamamos de triângulo retângulo qualquer triângulo que possua **um de seus ângulos igual a 90 graus** ou $\frac{\pi}{2}$ radianos.



- O lado **c** é chamado de **hipotenusa**. **Ele é o maior dos lados** e está oposto ao ângulo de 90°.
- Os lados **a e b** são os **catetos**.
 - Com relação ao ângulo α , **a** é o cateto oposto e **b** é o cateto adjacente.
 - Com relação ao ângulo β , **b** é o cateto oposto e **a** é o cateto adjacente.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Relações Trigonométricas - Seno, Cosseno e Tangente

Moçada, eu sei que essa é uma parte da trigonometria e por isso não vou me aprofundar muito, mas vale a pena você saber as seguintes relações trigonométricas para a sua prova de geometria plana!

- **Seno**

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

- **Cosseno**

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

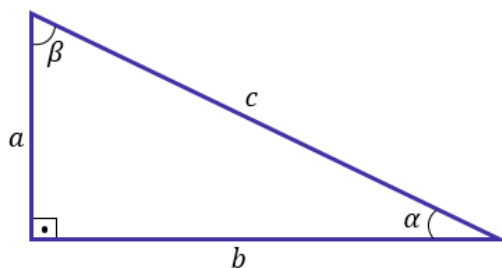
- **Tangente**

$$\text{tan } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

- **Relação Fundamental**

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

Teorema de Pitágoras



O Teorema de Pitágoras é um grande clássico dos nossos estudos, não é verdade? Desde muito cedo, quando crianças, escutamos falar desse teorema. Vamos rever o que ele diz!

A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

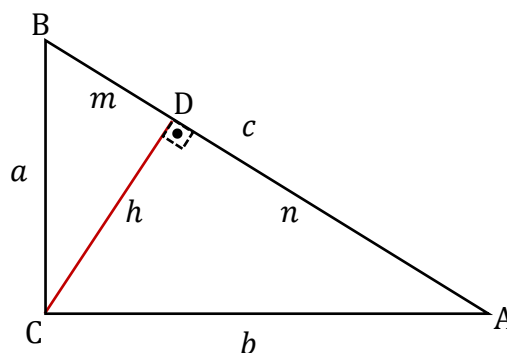


Matematicamente, podemos escrever:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

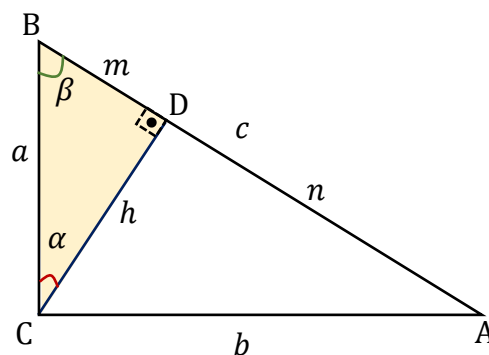
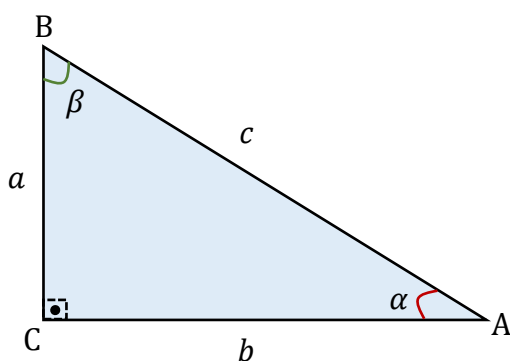
Saber as fórmulas que veremos agora pode poupar preciosos minutos na hora da sua prova. No entanto, caso não as lembre, saiba que sempre poderá deduzi-las (conforme faremos a seguir), pois são apenas consequências da **semelhança de triângulos**! Inicialmente, observe o desenho:



Na figura acima, temos: os catetos (a e b), a hipotenusa (c), a altura relativa à hipotenusa (h) e as partes da hipotenusa (m e n). Caso você queira encontrar a altura relativa à hipotenusa, como procederia? Observe que **os triângulos ABC e BCD são semelhantes**. Sendo assim, podemos escrever:

$$\frac{c}{a} = \frac{b}{h} \quad \rightarrow \quad \boxed{h = \frac{ab}{c}}$$

Se você não enxergou essa semelhança, vem comigo aqui!



Observe que separei os dois triângulos semelhantes em questão: o azul (ABC) e o amarelo (BCD). Eles são semelhantes pois, apesar de terem lados diferentes, **seus ângulos internos são todos iguais**!



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Beleza, professor. Mas, sabendo disso, como faço a semelhança?

Vamos lá! Qual lado está em frente ao **ângulo reto** no triângulo ABC?

É o lado "c".

Qual lado está em frente ao **ângulo reto** no triângulo BCD?

É o lado "a".

Com isso, já temos o lado esquerdo da nossa semelhança:

$$\frac{c}{a} =$$

Agora, vamos olhar outro ângulo.

Qual lado está em frente ao **ângulo β** no triângulo ABC?

É o lado "b".

Qual lado está em frente ao **ângulo β** no triângulo BCD?

É a altura "h".

Com isso, nossa semelhança fica:

$$\frac{c}{a} = \frac{b}{h}$$

Isolando o "h":

$$h = \frac{ab}{c}$$

Pronto! Esse é o passo a passo para chegarmos na nossa primeira relação métrica! **Esse será o procedimento que usaremos para encontrar todas as outras.** Obviamente, usando outras semelhanças e lados/segmentos.

Na prática, a expressão que acabamos de encontrar nos diz que a altura relativa à hipotenusa é igual ao produto dos catetos dividido pela hipotenusa.

Professor, temos uma outra forma de encontrar essa altura? Temos sim! Observe.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



Da semelhança entre os triângulos **BCD** e **CDA**:

$$\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \quad \rightarrow \quad h^2 = mn \quad \rightarrow \quad \boxed{h = \sqrt{mn}}$$

Ah, entendi! Mas como fazemos para determinar o "m" e o "n"?

Para você entender melhor, perceba que quando descemos a altura relativa à hipotenusa, **essa altura toca a hipotenusa no ponto D**. Chamamos esse ponto de D de "pé da altura". Ele divide a hipotenusa em duas partes, **uma de comprimento "m" e outra de comprimento "n"** tal que $m + n = c$. Para encontrar a medida desses segmentos, usamos mais semelhanças.

Da semelhança entre os triângulos **ABC** e **BCD**, podemos tirar o seguinte:

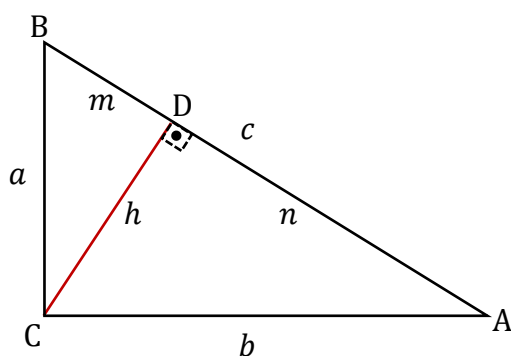
$$\frac{c}{a} = \frac{a}{m} \quad \rightarrow \quad a^2 = cm \quad \rightarrow \quad \boxed{m = \frac{a^2}{c}}$$

Analogamente, da semelhança entre os triângulos **ABC** e **ACD**, temos:

$$\frac{c}{b} = \frac{b}{n} \quad \rightarrow \quad b^2 = cn \quad \rightarrow \quad \boxed{n = \frac{b^2}{c}}$$



Relações Métricas no Triângulo Retângulo



$$ab = hc$$

$$h^2 = mn$$

$$a^2 = mc$$

$$b^2 = nc$$

$$c = m + n$$



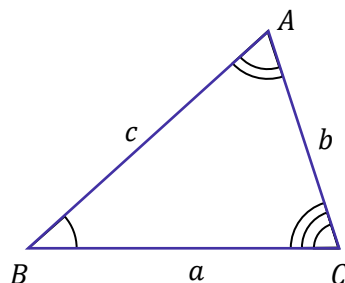
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



A Lei do Senos e a Lei dos Cossenos

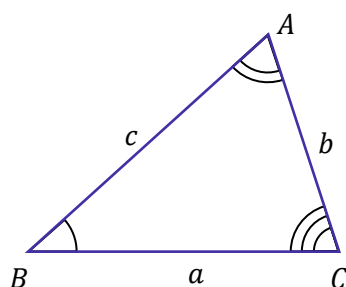
Para aproveitar que falamos um pouco de seno e cosseno nessa aula, quero conversar com vocês sobre duas leis que relacionam as medidas dos lados de um triângulo com os senos e cossenos dos ângulos internos. Considere o triângulo genérico abaixo.



De acordo com a lei dos senos, a razão entre o lado e o seno do ângulo oposto é uma constante no triângulo. Dessa forma, podemos escrever que:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Por sua vez, **a lei dos cossenos** vai relacionar os lados de um triângulo qualquer com o cosseno de um dos ângulos. Guarde com você o seguinte:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$

Observe o esquema abaixo para entender melhor as expressões.

"a" é o lado oposto ao ângulo $\hat{A}$

$$a^2 = \underbrace{b^2 + c^2 - 2bc}_{\text{b e c são os demais lados}} \cdot \cos \hat{A}$$

b e c são os demais lados



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

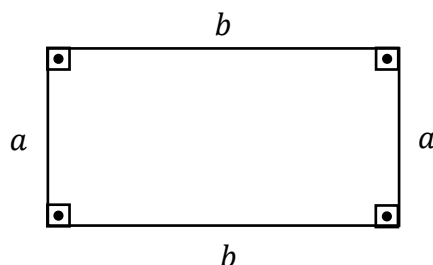


APONTE SUA CAMERA

Quadriláteros

Nessa seção, mostrarei para vocês os quadriláteros mais conhecidos. Serei bem objetivo e quero que vocês deem especial atenção para as fórmulas de área. Combinado?!

Retângulo

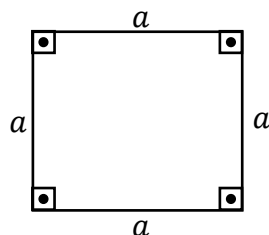


$$\text{ÁREA} = a \cdot b$$

Características Principais:

- Comprimento: "b"; Largura: "a";
- Ângulos internos são iguais a 90°;
- Lados opostos são iguais

Quadrado

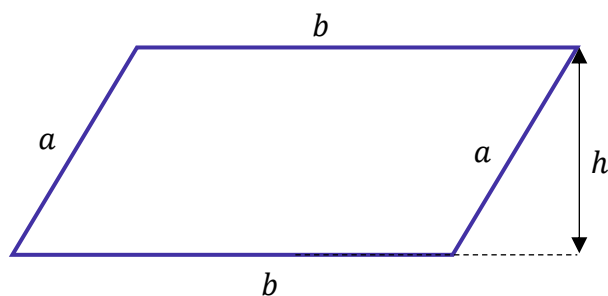


$$\text{ÁREA} = a^2$$

Características Principais:

- Todos os lados são iguais;
- Todos os ângulos internos são iguais a 90°;
- É um polígono regular.

Paralelogramo



$$\text{ÁREA} = b \cdot h$$



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

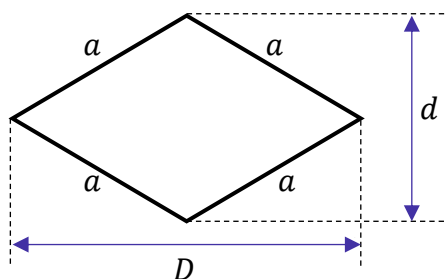
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Características Principais:

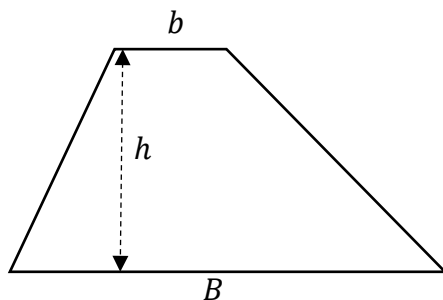
- Lados opostos são iguais (congruentes) e paralelos;
- Ângulos opostos são iguais (congruentes)
- A área é dada em função da altura "h" e esse "h" nem sempre vai estar disponível para nós. Na maioria das vezes, teremos que usar um pouco dos conhecimentos sobre triângulos retângulos.

Losango

$$\text{ÁREA} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Características Principais:

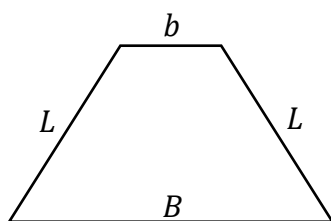
- O losango é um paralelogramo com todos os lados iguais;
- É também chamado de paralelogramo equilátero;
- Ângulos opostos iguais;
- "D" é a medida da diagonal maior, enquanto "d" é a medida da diagonal menor.

Trapézio

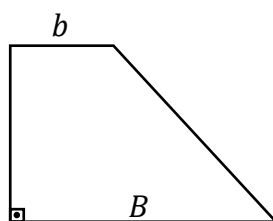
$$\text{ÁREA} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Características Principais:

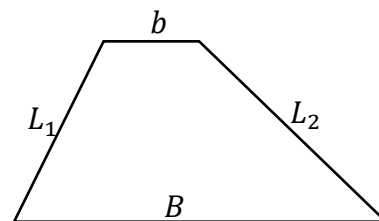
- "B" representa a medida da base maior, "b" é a medida da base menor;
- As bases são paralelas;
- "h" é a altura do trapézio.

Tipos de Trapézios:

Trapézio Isósceles



Trapézio Retângulo



Trapézio Escaleno



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

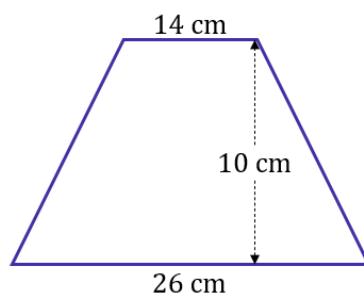
<https://t.me/cursosparaconcurso>


APONTE SUA CAMERA

- **Trapézio Isósceles:** Os lados não paralelos possuem a mesma medida. Além disso, são simétricos.
- **Trapézio Retângulo:** Um dos lados não paralelos faz um ângulo de 90° com as bases.
- **Trapézio Escaleno:** É o trapézio que apresenta todos os seus lados distintos.



(PREF. ITANHAÉM/2020) Assinale a alternativa que apresenta a área do trapézio abaixo.



- A) 260 cm^2
- B) 200 cm^2
- C) 1.820 cm^2
- D) 3.640 cm^2
- E) 400 cm^2

Comentários:

Galera, questãozinha apenas para treinarmos a fórmula da área do trapézio. O enunciado deu de cara todas as informações que precisamos.

- Base Maior (B) = 26 cm ;
- Base Menor (b) = 14 cm ;
- Altura (h) = 10 cm

Lembre-se da fórmula:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Agora, substituindo as informações:

$$A = \frac{(26 + 14) \cdot 10}{2} \rightarrow A = \frac{40 \cdot 10}{2} \rightarrow A = 40 \cdot 5 \rightarrow A = 200 \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA B.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

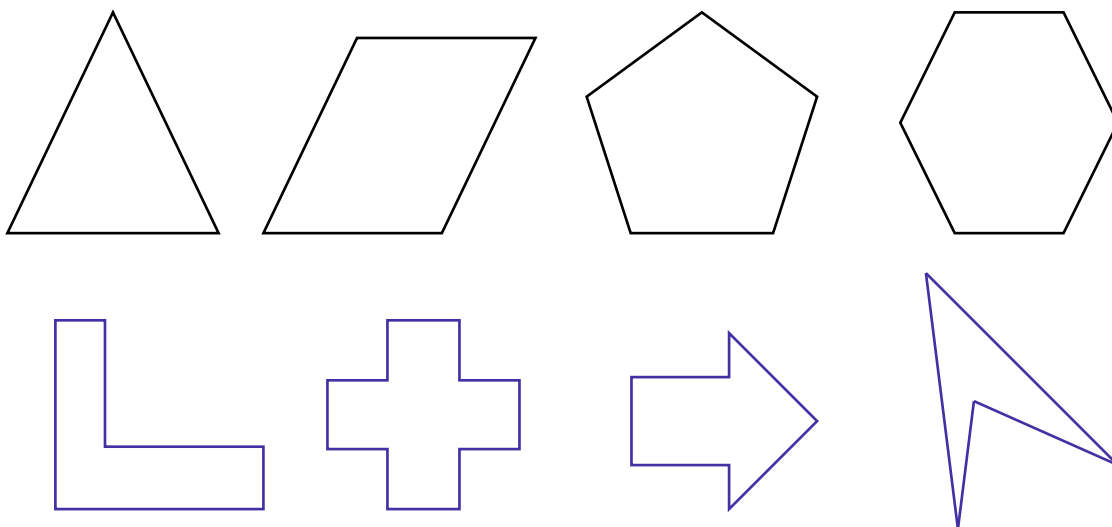
<https://t.me/cursosparaconcurso>



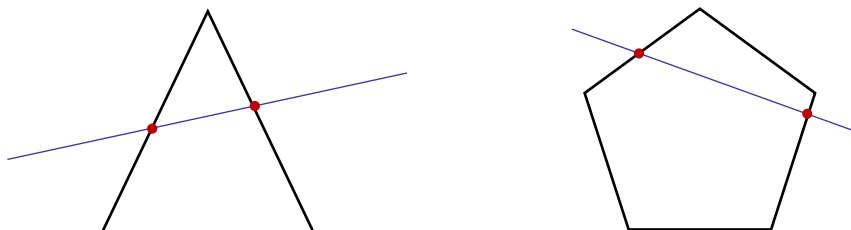
APONTE SUA CAMERA

Polígonos

Os triângulos e os quadriláteros que vimos nessa aula são polígonos. Simplificadamente, podemos chamar de polígono, **a figura geométrica plana e fechada formada pela união de segmentos de reta**. Confira abaixo.

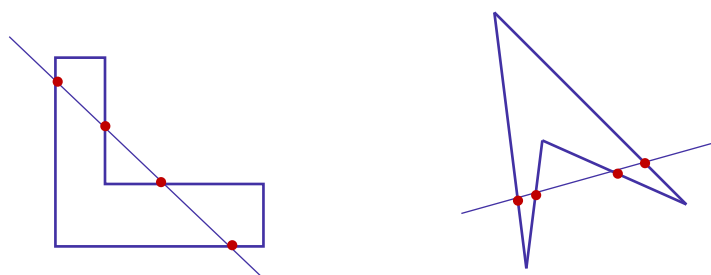


Na primeira linha da imagem acima estão **alguns polígonos que chamamos de convexos**. Eles vão ser chamados assim quando uma reta qualquer **cortar o polígono em apenas dois pontos**.



Polígonos Convexos

Observe que qualquer reta que usamos para cortar o polígono convexo, vai tocá-lo em apenas dois pontos! Essa é a característica que vai definir os polígonos convexos! Observe agora os **não convexos**:



Polígonos Não Convexos



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Por sua vez, **nos polígonos não convexos, existem retas que vão cortá-los em mais de dois pontos**. Veja que eles podem assumir as mais diferentes formas, sendo bem imprevisíveis e dificilmente estarão na sua prova.

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo será sempre 360° .

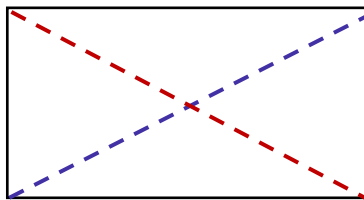
Ademais, a soma dos ângulos internos de um polígono de " n " lados é dada por:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

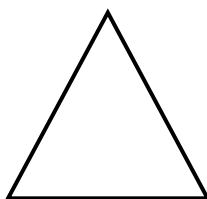
Caso queira saber a soma dos ângulos internos em um hexágono, por exemplo, basta substituímos $n = 6$. Às vezes, as bancas gostam de cobrar essa fórmula.

Diagonais de um Polígono Convexo

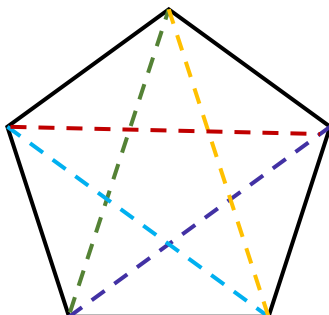
As diagonais de um polígono são segmentos de retas que **unem vértices não adjacentes**.



O retângulo acima tem **duas diagonais**. Uma marcada de roxo e outra de vermelho. Agora, veja o triângulo:



Por sua vez, o triângulo, apesar de ser um polígono convexo, **não possui diagonais**. O motivo disso é **que todos os seus vértices são adjacentes um do outro**. Dessa forma, não conseguimos traçar nenhuma diagonal. Agora, vamos ver o pentágono!



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursospaconcursos>



APONTE SUA CAMERA

O pentágono já possui 5 diagonais! A pergunta que vem agora é: *Existe uma maneira de calcularmos a quantidade de diagonais sabendo o número de lados do polígono convexo?* A resposta é sim! Existe uma fórmula que nos fornece essa quantidade e as bancas estão começando a cobrá-la.



$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

"d" representa a quantidade de diagonais e "n" é o número de lados do polígono.



(ISS-BH/2022) A partir do conceito: “Dado um polígono convexo qualquer, diagonal é o segmento que une dois vértices não consecutivos”. Assim, um triângulo não possui diagonais, pois, como só possui três vértices, não é possível unir dois vértices não consecutivos, o quadrado possui duas diagonais e partir de um dos vértices, encontramos, apenas um outro vértice não consecutivo, enquanto, que no pentágono convexo temos 5 diagonais, e nesse polígono encontramos a partir de um vértice, dois outros vértices não consecutivos. A partir dessas informações, monta-se a tabela a seguir.

Nome do Polígono	Número de lados	Número de diagonais	A partir de um dos vértices, o número de vértices não consecutivos
Triângulo	3	0	0
Quadrado	4	2	1
Pentágono	5	5	2
Hexágono	6	9	3
Heptágono	7	14	4

Verifica-se que existe uma certa regularidade entre o número de lados, número de diagonais e o número de vértices não consecutivos contados a partir de um dos vértices. Então, o número de diagonais de um polígono convexo que possui 102 lados é igual a

- A) 4.852.
- B) 4.947.
- C) 4.998.
- D) 5.049.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

E) 5.100.

Comentários:

Pessoal, o **número de diagonais** de um polígono convexo de "n" lados é dado pela seguinte relação:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

O enunciado quer o número de diagonais de um polígono com **102 lados**. Assim,

$$d = \frac{102 \cdot (102 - 3)}{2} \rightarrow d = \frac{102 \cdot 99}{2} \rightarrow d = 51 \cdot 99 \rightarrow \boxed{d = 5.049}$$

Gabarito: LETRA D.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



QUESTÕES COMENTADAS

Introdução

Outras Bancas

1. (OMNI/PREF. LENÇÓIS PTA/2021) Consideremos três pontos A, B e C em um plano π , análise as opções abaixo e marque aquela que tem uma afirmação verdadeira.

- A) Entre os pontos A, B e C, sempre é possível desenhar um triângulo.
- B) O segmento AB, ou seja, o segmento de reta que começa no ponto A e termina no ponto B, tem uma quantidade finita de pontos.
- C) A reta que passa pelos pontos A e B, pode passar também pelo ponto C.
- D) A, B e C não podem estar todos no plano π .

Comentários:

Vamos analisar as alternativas.

A) Entre os pontos A, B e C, sempre é possível desenhar um triângulo.

Errado. Pense em três pontos que são **colineares**! Nessa situação, não conseguiremos desenhar um triângulo.

B) O segmento AB, ou seja, o segmento de reta que começa no ponto A e termina no ponto B, tem uma quantidade finita de pontos.

Errado. O segmento de reta, por mais que tenha extremidades, é formado por **infinitos pontos** que "ligam" essas extremidades.

C) A reta que passa pelos pontos A e B, pode passar também pelo ponto C.

Certo! Esse é o nosso gabarito. Conforme comentamos na alternativa A, esses três pontos podem ser colineares. Dessa forma, uma reta que passa pelos pontos A e B, **também passaria por C**.

D) A, B e C não podem estar todos no plano π .

Errado. O próprio enunciado fala que os pontos estão em um plano π . Não há problema nisso. Todos os pontos **podem pertencer sim** a um mesmo plano.

Gabarito: LETRA C.

2. (AOCP/PREF. TERESÓPOLIS/2021) Sabe-se que a diferença entre o dobro do suplemento de um ângulo x e os dois quintos da medida desse mesmo ângulo x é zero. Dessa forma, é correto afirmar que a medida do ângulo x é igual a

- A) 180°
- B) 150°



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- C) 120°
 D) 90°
 E) 30°

Comentários:

Dois ângulos são suplementares quando **sua soma é igual a 180°** . Se temos um ângulo " x ", então seu suplementar " S " é tal que:

$$x + S = 180^\circ \quad \rightarrow \quad S = 180^\circ - x \quad (1)$$

O enunciado fala que **a diferença entre o dobro de " S " e dois quintos de " x " é zero**. Com isso:

$$2S - \frac{2x}{5} = 0 \quad (2)$$

Podemos usar (1) em (2):

$$2 \cdot (180^\circ - x) - \frac{2x}{5} = 0 \quad \rightarrow \quad 360 - 2x - \frac{2x}{5} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{12x}{5} = 360$$

$$\rightarrow \quad x = 5 \cdot 30 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 150^\circ}$$

Gabarito: LETRA B.

3. (INST. EXCELÊNCIA/PREF. TAUBATÉ/2019) Conforme o estudo de ângulos e retas, analise as seguintes afirmativas:

- I - Duas retas são perpendiculares se formarem um ângulo reto.
- II - Duas retas concorrentes e não perpendiculares formam dois ângulos agudos.
- III - Duas retas concorrentes e não perpendiculares formam dois ângulos obtusos.
- IV - Duas retas paralelas entre si formam um ângulo raso de 180° .

Está CORRETO o que se afirma em:

- A) I, II e III.
- B) I, II e IV.
- C) I, III e IV.
- D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das afirmativas.

I - Duas retas são perpendiculares se formarem um ângulo reto.

É exatamente isso, pessoal. Lembre-se que um ângulo reto é aquele de 90° .

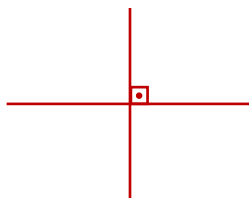


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

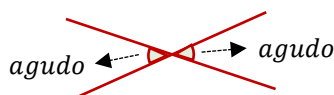


APONTE SUA CAMERA



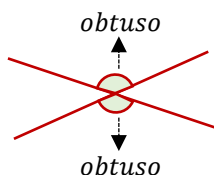
II - Duas retas concorrentes e não perpendiculares formam dois ângulos agudos.

Correto. Elas formam **dois ângulos agudos** e **dois ângulos obtusos**.



III - Duas retas concorrentes e não perpendiculares formam dois ângulos obtusos.

Correto! Comentamos isso no item anterior.



IV - Duas retas paralelas entre si formam um ângulo raso de 180° .

Errado. Duas retas paralelas nem chegam a se tocar e, portanto, não formam ângulo.

Gabarito: LETRA A.

4. (SGP-J/PREF. JOINVILLE/2019) Qual das afirmações a seguir é falsa:

- A) Dois pontos determinam uma única reta;
- B) Por um ponto passam infinitas retas;
- C) Por um ponto passam infinitos planos;
- D) Por uma reta passam infinitos planos;
- E) Um plano contém infinitas retas.

Comentários:

Vamos comentar uma por uma!

A) Dois pontos determinam uma única reta;

Errado! Questão bem capciosa. Dois pontos distintos determinam uma única reta. Se esses dois pontos forem coincidentes, isso não ocorre.

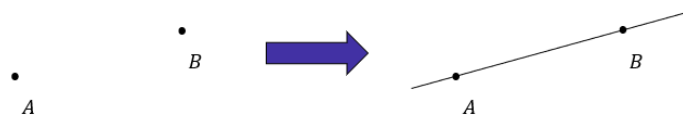


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

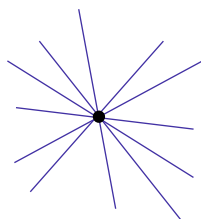


APONTE SUA CAMERA



B) Por um ponto passam infinitas retas;

Correto!

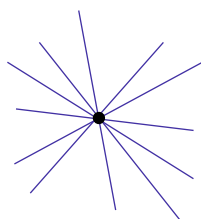


C) Por um ponto passam infinitos planos;

Correto também! Imagine um plano que contenha cada uma das retas que desenhemos no item anterior! Assim, da mesma forma que infinitas retas passam por um ponto, também passam infinitos planos.

D) Por uma reta passam infinitos planos;

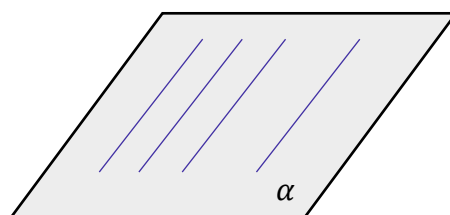
Correto! Para visualizar essa situação, vamos aproveitar uma figura que já desenhemos.



Imagine que o ponto central é uma reta vista de frente (saindo pela tela do seu computador). Por sua vez, as retas seriam planos (vistos de lado) que se estendem perpendicularmente à tela.

E) Um plano contém infinitas retas.

Isso mesmo! Podemos desenhar essa situação.

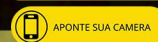


Gabarito: LETRA A.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



5. (CONSCAM/SAEEDOCO/2018) De acordo com os conceitos primitivos da Geometria Plana, assinale a alternativa correta.

- A) Duas retas coplanares são concorrentes quando não possuem ponto comum.
- B) Por um ponto dado no plano passa-se somente uma reta.
- C) As retas e semirretas coplanares possuem as mesmas características.
- D) As retas paralelas coplanares classificam-se em distintas e coincidentes.
- E) Em um plano existe somente uma reta.

Comentários:

A) Duas retas coplanares são concorrentes quando não possuem ponto comum.

Errado! Elas são concorrentes quando possuem **um único ponto** em comum.

B) Por um ponto dado no plano passa-se somente uma reta.

Errado. Por um ponto podem passar **infinitas** retas.

C) As retas e semirretas coplanares possuem as mesmas características.

Errado. Retas são diferentes de semirretas. Essas últimas possuem **uma** extremidade.

D) As retas paralelas coplanares classificam-se em distintas e coincidentes.

Correto. Duas retas paralelas coplanares podem ser **distintas ou coincidentes**.

E) Em um plano existe somente uma reta.

Errado. Em um plano existem **infinitas** retas.

Gabarito: LETRA D.

6. (CONSCAM/CM GARÇA/2018) As afirmações a seguir se referem a noções básicas de Geometria

I- Duas retas que têm um ponto comum são concorrentes.

II- Se dois planos têm uma reta comum, eles são coplanares.

III- Se dois planos têm uma única reta comum, eles são secantes.

Após classificá-las como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), o resultado obtido será:

- A) V, V, V.
- B) V, F, V.
- C) F, V, F.
- D) F, F, V.
- E) F, F, F.

Comentários:

I- Duas retas que têm um ponto comum são concorrentes.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

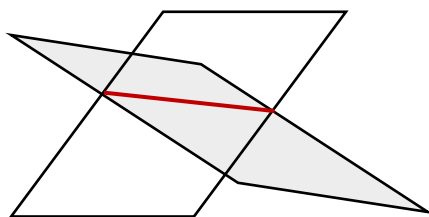


APONTE SUA CAMERA

Falso. Elas devem ter um único ponto em comum.

II- Se dois planos têm uma reta comum, eles são coplanares.

Falso. Observe o contraexemplo:



III- Se dois planos têm uma única reta comum, eles são secantes.

Correto! Seria o caso da figura que mostramos no item anterior.

Gabarito: LETRA D.

7. (AVANÇASP/CM TABOÃO DA SERRA/2022) A sombra de Rodrigo projetada no chão, com a parede de sua casa, formava, em uma determinada hora, 122° . Das alternativas abaixo, qual apresenta corretamente esse ângulo?

- A) ângulo agudo.
- B) ângulo reto.
- C) ângulo obtuso.
- D) ângulo raso.
- E) ângulo nulo.

Comentários:

Sabemos que um ângulo **entre 90° e 180°** é conhecido como **obtuso**. Logo, podemos marcar letra C.

Gabarito: LETRA C.

8. (AVANÇASP/ISS - LOUVEIRA/2022) Das alternativas abaixo, qual apresenta de forma correta um ângulo reto?

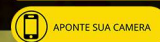
- A) 70° .
- B) 85° .
- C) 90° .
- D) 100° .
- E) 180° .

Comentários:



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



Galera, **um ângulo reto é aquele que mede 90°** . Sendo assim, podemos marcar acertadamente a letra C.

Gabarito: LETRA C.

9. (FEPESE/PREF. B. CAMBORIÚ/2022) O ângulo, em graus, cuja terça parte do suplementar excede a metade do complementar em 19 graus é:

- A) Menor que 22.
- B) Maior que 22 e menor que 25.
- C) Maior que 25 e menor que 28.
- D) Maior que 28 e menor que 31.
- E) Maior que 31.

Comentários:

- Dois ângulos são **complementares** quando sua soma é igual a 90° .

Lembre-se que:

- Dois ângulos são **suplementares** quando sua soma é igual a 180° .

Seja x o ângulo que estamos procurando.

O suplementar de x é $180^\circ - x$.

O complementar de x é $90^\circ - x$.

A questão fala que **a terça parte do suplementar** excede **a metade do complementar em 19°** . Logo:

$$\frac{180^\circ - x}{3} = \frac{90^\circ - x}{2} + 19$$

Resolvendo para determinar x :

$$\frac{180^\circ - x}{3} = \frac{90^\circ - x + 38}{2}$$

$$360^\circ - 2x = 270^\circ - 3x + 114$$

$$x = -90^\circ + 114$$

$$\boxed{x = 24^\circ}$$

Observe, portanto, que **o ângulo procurado é 24°** . Com isso, podemos marcar a letra B.

Gabarito: LETRA B.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Inéditas

10. (Questão Inédita) Assinale a alternativa que apresenta os ângulos 30° , 45° , 60° e 90° , nessa ordem, em radianos.

- A) $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{2}$
 B) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{2}$
 C) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{6}$
 D) $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{8}$ e π
 E) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{8}$ e 2π

Comentários:

Esses ângulos vocês precisam ter na cabeça! Frequentemente aparecem em prova!

1) Convertendo 30° em radianos:

Se 180° equivale a π rad, então 30° equivale a x . Com isso, podemos esquematizar:

$$\begin{array}{ccc} 180^\circ & \longleftrightarrow & \pi \text{ rad} \\ 30^\circ & \longleftrightarrow & x \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$180x = 30\pi \rightarrow x = \frac{30\pi}{180} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

2) Convertendo 45° em radianos:

Se 180° equivale a π rad, então 45° equivale a x . Com isso, podemos esquematizar:

$$\begin{array}{ccc} 180^\circ & \longleftrightarrow & \pi \text{ rad} \\ 45^\circ & \longleftrightarrow & x \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$180x = 45\pi \rightarrow x = \frac{45\pi}{180} \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

3) Convertendo 60° em radianos:



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Se 180° equivale a π rad, então 60° equivale a x . Com isso, podemos esquematizar:

$$\begin{array}{ccc} 180^\circ & \longleftrightarrow & \pi \text{ rad} \\ 60^\circ & \longleftrightarrow & x \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$180x = 60\pi \rightarrow x = \frac{60\pi}{180} \rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

4) Convertendo 90° em radianos:

Se 180° equivale a π rad, então 90° equivale a x . Com isso, podemos esquematizar:

$$\begin{array}{ccc} 180^\circ & \longleftrightarrow & \pi \text{ rad} \\ 90^\circ & \longleftrightarrow & x \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$180x = 90\pi \rightarrow x = \frac{90\pi}{180} \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Com isso, a alternativa correta é aquela que trouxe $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{2}$.

Gabarito: LETRA B.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

QUESTÕES COMENTADAS

Circunferência

FGV

1. (FGV/CBM-RJ/2024) Considere a circunferência de equação:

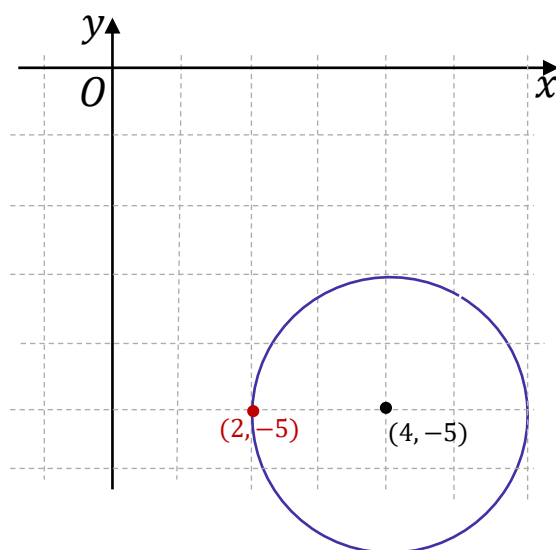
$$(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$$

O ponto pertencente a essa circunferência que está mais próximo do eixo y é

- A) $(-4; 5)$.
- B) $(-4; 3)$.
- C) $(4; -3)$.
- D) $(-2; 5)$.
- E) $(2; -5)$.

Comentários:

A circunferência da questão tem centro em $(4, -5)$ e raio igual a 2. Vamos desenhá-la!



Com o desenho, é possível observar que o ponto mais próximo do eixo Oy é o ponto $(2, -5)$.

Gabarito: LETRA E.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



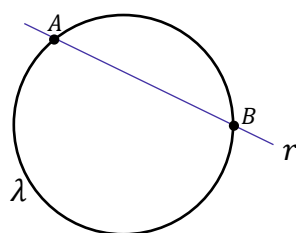
APONTE SUA CÂMERA

2. (FGV/PREF. PAULÍNIA/2021) A reta de equação $3x + 4y - 13 = 0$ determina sobre a circunferência $(x - 1)^2 + y^2 = 36$ uma corda de comprimento igual a:

- A) 8
- B) $8\sqrt{2}$
- C) 6
- D) $6\sqrt{2}$
- E) 4

Comentários:

Vou desenhar a situação para conseguirmos enxergar melhor o que está acontecendo.



Note que **o comprimento da corda é exatamente a distância entre os pontos A e B.**

Para calcular a distância entre esses dois pontos, precisamos primeiro encontrá-los.

Já adianto para vocês que não será uma tarefa fácil! (rsrsrs)

Vamos precisar resolver um sistema formado pela equação da reta e pela equação da circunferência.

1) Isolando "y" na equação da reta:

$$4y = -3x + 13 \quad \rightarrow \quad y = \frac{1}{4} \cdot (-3x + 13)$$

2) Substituindo "y" na equação da circunferência:

$$(x - 1)^2 + y^2 = 36$$

$$(x - 1)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot (-3x + 13)\right)^2 = 36$$

$$(x^2 - 2x + 1) + \frac{9x^2 - 78x + 169}{16} = 36$$

$$16x^2 - 32x + 16 + 9x^2 - 78x + 169 = 576$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$25x^2 - 110x - 391 = 0$$

Note que essa é uma **equação de segundo grau**, precisaremos usar **Bhaskara** para resolvê-la.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-110)^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-391) \rightarrow \Delta = 51200$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(-110) \pm \sqrt{51200}}{2 \cdot 25} \rightarrow x = \frac{110 \pm 160\sqrt{2}}{50}$$

$$x_1 = \frac{11 + 16\sqrt{2}}{5} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{11 - 16\sqrt{2}}{5}$$

Essas são as abscissas dos pontos A e B. Para encontrar as ordenadas, podemos usar a equação da reta.

$$y = \frac{1}{4} \cdot (-3x + 13)$$

1) Para $x_1 = \frac{11+16\sqrt{2}}{5}$:

$$y_1 = \frac{1}{4} \cdot \left(-3 \cdot \left(\frac{11 + 16\sqrt{2}}{5} \right) + 13 \right) \rightarrow y_1 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{32 - 48\sqrt{2}}{5} \right) \rightarrow y_1 = \frac{8 - 12\sqrt{2}}{5}$$

Pronto, temos o primeiro ponto!

$$A = \left(\frac{11 + 16\sqrt{2}}{5}, \frac{8 - 12\sqrt{2}}{5} \right)$$

2) Para $x_2 = \frac{11-16\sqrt{2}}{5}$:

$$y_2 = \frac{1}{4} \cdot \left(-3 \cdot \left(\frac{11 - 16\sqrt{2}}{5} \right) + 13 \right) \rightarrow y_2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{32 + 48\sqrt{2}}{5} \right) \rightarrow y_2 = \frac{8 + 12\sqrt{2}}{5}$$

Pronto, o segundo ponto fica:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$B = \left(\frac{11 - 16\sqrt{2}}{5}, \frac{8 + 12\sqrt{2}}{5} \right)$$

Queremos a distância desses dois pontos! Lembre-se que: $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

$$d(A, B) = \sqrt{\left(\frac{11 + 16\sqrt{2}}{5} - \frac{11 - 16\sqrt{2}}{5} \right)^2 + \left(\frac{8 - 12\sqrt{2}}{5} - \frac{8 + 12\sqrt{2}}{5} \right)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{\frac{(32\sqrt{2})^2}{25} + \frac{(-24\sqrt{2})^2}{25}} \rightarrow d(A, B) = \frac{\sqrt{1600 \cdot 2}}{5} \rightarrow d(A, B) = \frac{40}{5} \cdot \sqrt{2}$$

$$d(A, B) = 8\sqrt{2}$$

Gabarito: LETRA B.

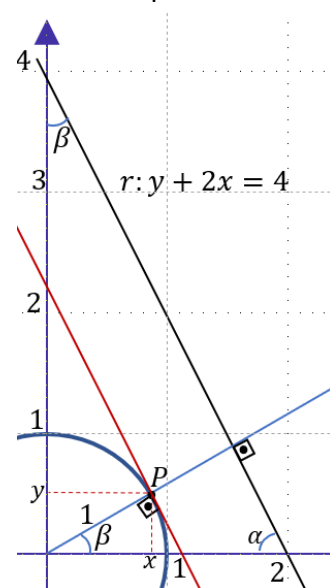
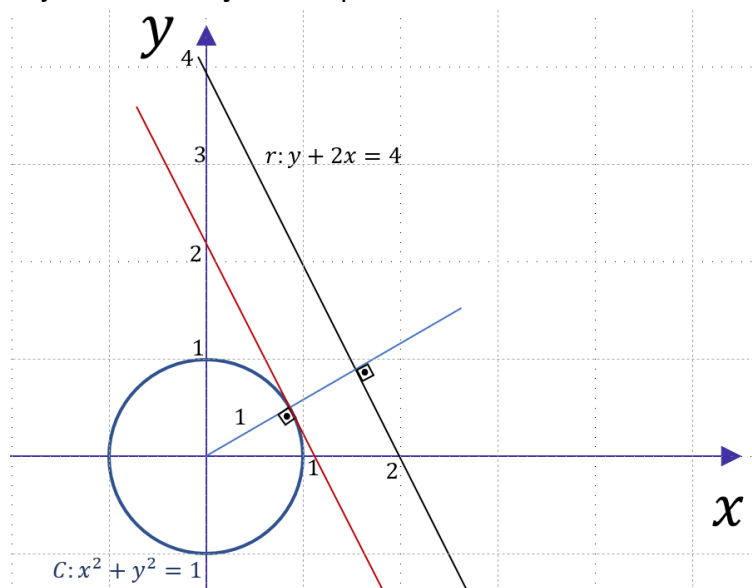
CEBRASPE

3. (CEBRASPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Julgue o item seguinte, referente a geometria analítica, geometria plana e geometria espacial.

Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy , o ponto da circunferência $x^2 + y^2 = 1$ que está mais próximo da reta $y + 2x = 4$ é o ponto $P = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$.

Comentários:

Um bom jeito de começar essa questão seria desenhar a circunferência e a reta no plano cartesiano.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcursos>



APONTE SUA CÂMERA

Observe que $x^2 + y^2 = 1$ é uma circunferência centrada na origem e de raio 1. Além disso, a reta $y + 2x = 4$ toca os eixos coordenados em $(2,0)$ e $(4,0)$. Queremos o ponto da circunferência que está mais próximo da reta. Basicamente, queremos o ponto de intersecção entre a reta vermelha e a circunferência.

Note que a reta preta e a reta vermelha são paralelas e, portanto, **possuem o mesmo coeficiente angular**. Vamos dar um zoom na nossa figura para um estudo mais minucioso.

Veja que, com um pouco de geometria plana, conseguimos desenhar alguns ângulos de modo as coordenadas do ponto $P = (x, y)$ é tal que:

$$\tan \beta = \frac{y}{x} \quad (1)$$

Do triângulo maior, formado pela reta r e os eixos coordenados, tiramos que:

$$\tan \beta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Igualando as duas expressões, temos:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2y \quad (3)$$

Como o ponto também está sobre a circunferência, é coerente dizer que ele obedece a equação:

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4):

$$(2y)^2 + y^2 = 1 \rightarrow 4y^2 + y^2 = 1 \rightarrow 5y^2 = 1 \rightarrow y^2 = \frac{1}{5}$$

Como $y > 0$, consideraremos apenas o valor positivo.

$$y = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Se $x = 2y$, então

$$x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Logo, o ponto mais próximo da reta r e que pertence a circunferência é $P = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$.

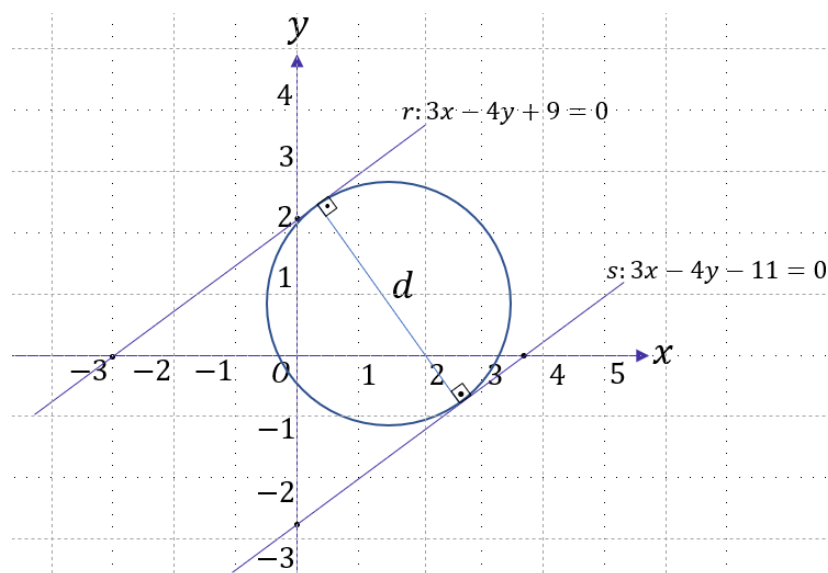
Gabarito: ERRADO.

4. (CEBRASPE/IFF/2018) Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy , as retas $3x - 4y + 9 = 0$ e $3x - 4y - 11 = 0$ são tangentes a uma mesma circunferência. Nessa situação, o raio dessa circunferência é igual a

- a) 1.
- b) 2.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 10.

Comentários:

O melhor jeito de resolver esse exercício é desenhando tudo no plano cartesiano.



Para chegar nele, você deve primeiro notar que **as duas retas fornecidas são paralelas entre si**. Isso ocorre, pois as duas possuem o mesmo coeficiente angular $m = 3/4$. O jeito mais simples de encontrá-lo, é isolar o y na equação da reta e olhar para o número que está multiplicando o x .

Para a reta r :

$$\begin{aligned} 3x - 4y + 9 &= 0 \\ 4y &= 3x + 9 \\ y &= \frac{3}{4}x + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Para a reta s :



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$3x - 4y - 11 = 0$$

$$4y = 3x - 11$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$$

Note que, nas duas, de fato, $m = 3/4$. Logo, as retas são paralelas. **Se uma circunferência é tangente às duas retas, então a corda d destacada no desenho é exatamente o diâmetro da circunferência.** Veja que é exatamente a distância entre as duas retas paralelas. Da teoria, vimos que a fórmula que calcula a distância entre duas retas paralelas é:

$$d_{r,s} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Para aplicá-la, nós consideramos as equações da reta na forma $ax + bx + c = 0$ e $ax + bx + c' = 0$.

$$d_{r,s} = \frac{|9 - (-11)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \rightarrow d_{r,s} = \frac{|9 + 11|}{\sqrt{9 + 16}} \rightarrow d_{r,s} = \frac{|20|}{\sqrt{25}} \rightarrow d_{r,s} = \frac{20}{5} \rightarrow d_{r,s} = 4$$

Como sabemos que a distância entre as retas será o diâmetro do círculo tangente às duas e sabendo que o diâmetro é o dobro do raio, chegamos a:

$$R = \frac{d}{2} \rightarrow R = \frac{4}{2} \rightarrow R = 2$$

Gabarito: LETRA B.

CESGRANRIO

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Considere uma reta r , de equação $x + y = k$, sendo k uma constante real, e uma circunferência λ , de equação $x^2 + y^2 = 4$, ambas representadas em um mesmo sistema de coordenadas retangulares. O menor valor real do parâmetro k , que faz a reta r intersectar a circunferência λ em apenas um ponto, é igual a

- A) $-2\sqrt{2}$
- B) $-2\sqrt{3}$
- C) $-\sqrt{6}$
- D) $2\sqrt{3}$
- E) $4\sqrt{2}$

Comentários:

Temos a reta:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$x + y = k \quad (1)$$

E a circunferência:

$$x^2 + y^2 = 4 \quad (2)$$

Para determinar as intersecções entre a reta e a circunferência, **devemos isolar o "x" ou o "y"** na equação da reta e **substituir na equação da circunferência**. Isolando o "y" de (1):

$$y = k - x \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2):

$$x^2 + (k - x)^2 = 4 \rightarrow x^2 + k^2 - 2kx + x^2 = 4$$

Quando organizamos,

$$2x^2 - 2kx + (k^2 - 4) = 0$$

Note que é uma **equação do segundo grau** em que temos:

$$a = 2, b = -2k \text{ e } c = k^2 - 4$$

Como queremos que **a reta toque a circunferência em apenas um único ponto**, a equação acima deve ter uma única solução real, isto é, seu **discriminante é nulo**! Sendo assim,

$$\Delta = 0$$

Com isso,

$$b^2 - 4ac = 0 \rightarrow (-2k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (k^2 - 4) = 0$$

$$4k^2 - 8k^2 + 32 = 0 \rightarrow -4k^2 + 32 = 0 \rightarrow k^2 = 8$$

$$k = \pm 2\sqrt{2}$$

Como estamos procurando o **menor valor de k**, temos que $k = -2\sqrt{2}$.

Gabarito: LETRA A.

6. (CESGRANRIO/FINEP/2011) Uma circunferência corta os eixos do sistema cartesiano nos quatro pontos distintos $(-2, 0)$, $(6, 0)$, $(0, -3)$ e $(0, p)$. A ordenada p é igual a

A) $\sqrt{65}/2$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- B) 1/2
- C) 1
- D) 2
- E) 4

Comentários:

Pessoal, a questão nos deu **quatro pontos que pertencem a uma circunferência**. Sabemos que,

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

Em que (x_c, y_c) são as coordenadas do centro e **R é o raio da circunferência**.

Como os quatro pontos estão na mesma circunferência, podemos **substituir suas coordenadas** na equação acima! Vamos lá?

Começando com o ponto $(-2, 0)$:

$$(-2 - x_c)^2 + (0 - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_c + 2)^2 + y_c^2 = R^2 \quad (1)$$

Agora, vamos usar o ponto $(6, 0)$:

$$(6 - x_c)^2 + (0 - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_c - 6)^2 + y_c^2 = R^2 \quad (2)$$

Por fim, usando o ponto $(0, -3)$:

$$(0 - x_c)^2 + (-3 - y_c)^2 = R^2$$

$$x_c^2 + (y_c + 3)^2 = R^2 \quad (3)$$

Note que temos **três incógnitas e três equações**, vamos tentar resolver esse sistema

Primeiramente, vamos subtrair (2) de (1) **membro a membro**.

$$(x_c + 2)^2 + y_c^2 - (x_c - 6)^2 - y_c^2 = R^2 - R^2$$

Fazendo alguns cortes,



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$(x_c + 2)^2 = (x_c - 6)^2$$

Tirando a raiz quadrada dos dois lados,

$$x_c + 2 = \pm(x_c - 6)$$

Aparentemente, temos duas possibilidades. No entanto, perceba que quando usamos o "+", acaba resultando em $2 = -6$, **o que é um absurdo**. Sendo assim,

$$x_c + 2 = -x_c + 6 \rightarrow 2x_c = 4 \rightarrow x_c = 2$$

Show! Encontramos a abscissa do centro da circunferência. Para encontrarmos a ordenada, vamos substituir x_c em (2) e em (3).

$$(2 - 6)^2 + y_c^2 = R^2 \rightarrow 16 + y_c^2 = R^2 \quad (2)$$

$$x_c^2 + (y_c + 3)^2 = R^2 \rightarrow 4 + (y_c + 3)^2 = R^2 \quad (3)$$

Note que (2) e (3) são expressões para R^2 . Dessa forma, **podemos igualá-las**.

$$16 + y_c^2 = 4 + (y_c + 3)^2$$

Desenvolvendo o quadrado,

$$16 + y_c^2 = 4 + y_c^2 + 6y_c + 9 \rightarrow 6y_c = 3 \rightarrow y_c = \frac{1}{2}$$

Show! Estamos quase com tudo pronto. Falta apenas determinarmos o raio. Para isso, basta substituírmos x_c e y_c em qualquer uma das equações (1), (2) ou (3). Vamos usar a (1).

$$(2 + 2)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = R^2 \rightarrow 16 + \frac{1}{4} = R^2 \rightarrow R^2 = \frac{65}{4}$$

Pronto! Com isso **já conseguimos escrever a equação da circunferência!**

$$(x - 2)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{65}{4}$$

Essa aí é a danada!! Agora, como sabemos que **(0, p)** está na **nessa equação** podemos usar esse ponto na equação acima e **determinar o valor de p**.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$(0 - 2)^2 + \left(p - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{65}{4} \rightarrow \left(p - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{65}{4} - 4 = \frac{65 - 16}{4} = \frac{49}{4}$$

Assim,

$$\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \rightarrow p - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \rightarrow p = \frac{8}{2} \rightarrow \mathbf{p = 4}$$

Gabarito: LETRA E.

Outras Bancas

7. (AOC/SED-MS/2022) O raio da circunferência de centro em (8, 4) e que tangencia exteriormente a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$ é, em unidades de comprimento, igual a

- A) 8.
- B) 6.
- C) 4.
- D) $\sqrt{6}$.
- E) $2\sqrt{3}$.

Comentários:

Primeiramente, temos que **descobrir o centro e o raio** da circunferência de equação:

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$$

Para isso, devemos completar quadrados. Acompanhe!

1) Organizar a expressão

$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 8y) = 16$$

2) Somar 4 e 16 em cada um dos lados

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 8y + 16) = 16 + 4 + 16$$

3) Escrever os quadrados

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 36$$

Portanto, **a circunferência está centrada em (2, -4) e tem raio igual a 6.**



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

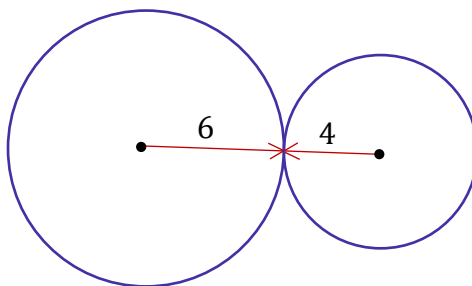
Agora, vamos calcular a distância entre os centros dessas circunferências: $(2, -4)$ e $(8, 4)$.

$$d(C_1, C_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d(C_1, C_2) = \sqrt{(2 - 8)^2 + (4 - (-4))^2}$$

$$d(C_1, C_2) = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} \rightarrow d(C_1, C_2) = \sqrt{100} \rightarrow \boxed{d(C_1, C_2) = 10}$$

Observe, portanto, que **a distância entre os centros é 10**. Como uma das circunferências tem raio igual a 6, para que a outra circunferência tangencie externamente, **ela deve ter raio igual a 4**. Vou esquematizar a situação para facilitar o entendimento!



Observe que para as duas circunferências se tangenciarem externamente, **a soma dos dois raios deve ser exatamente a distância entre os centros**.

Gabarito: LETRA C.

8. (DECEX/EsPCEX/2021) A circunferência que tem seu centro no ponto $(1, -1)$ e é tangente à reta de equação $y = \left(\frac{3}{4}\right)x + 2$ tem equação dada por

- A) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$.
- B) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$.
- C) $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 7 = 0$.
- D) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 7 = 0$.
- E) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$.

Comentários:

Se a reta é tangente a circunferência, então **a distância do centro até essa reta deve ser igual ao raio!**
Observe o desenho abaixo:

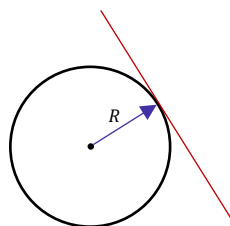


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Sendo assim, vimos na teoria que a **distância de um ponto (x_o, y_o) até uma reta $ax + by + c = 0$** é dada pela seguinte expressão:

$$d(P, r) = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Queremos a distância entre o ponto $(1, -1)$ e a reta $3x - 4y + 8 = 0$. Logo:

$$d(P, r) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \rightarrow d(P, r) = \frac{|3 + 4 + 8|}{\sqrt{25}} \rightarrow d(P, r) = \frac{15}{5}$$

$$\boxed{d(P, r) = 3}$$

Pronto! Encontramos a distância do centro da circunferência até a reta tangente. **Essa distância coincide com o raio**. Portanto, se temos o raio R e o centro (x_o, y_o) podemos escrever a equação da circunferência.

$$(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 = R^2$$

O raio é 3 e o centro é $(1, -1)$. Assim,

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

Olhando as alternativas, vemos que a equação está na sua **forma desenvolvida**.

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) = 9$$

Reorganizando:

$$\boxed{x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0}$$

Gabarito: LETRA A.

9. (LEGALLE/PREF. SÃO MARCOS/2021) O centro de uma circunferência é dado pelo ponto médio do segmento AB, sendo $A(4, 2)$ e $B(8, 4)$. Considerando que o raio dessa circunferência é 2, a equação que define essa circunferência é:

A) $(x - 6)^2 + (y + 4)^2 = 4$.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- B) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 4$.
 C) $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 4$.
 D) $(x + 7)^2 + (y + 4)^2 = 4$.

Comentários:

Sabemos que as coordenadas do ponto médio M de um segmento com extremidades em A e em B podem ser encontradas por meio da expressão:

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Usando os pontos A(4,2) e B(8,4), encontramos:

$$M = \left(\frac{4 + 8}{2}, \frac{2 + 4}{2} \right) \rightarrow \boxed{M = (6, 3)}$$

O enunciado falou que esse **ponto médio é o centro de uma circunferência de raio igual a 2**. Ora, se temos o centro e o raio, podemos encontrar a equação da circunferência!

$$(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 = R^2$$

Substituindo!

$$(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 2^2 \rightarrow \boxed{(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 4}$$

A alternativa que trouxe corretamente a equação da circunferência foi a C.

Gabarito: LETRA C.

10. (AOCP/SED-MS/2022) O raio da circunferência de centro em (8, 4) e que tangencia exteriormente a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$ é, em unidades de comprimento, igual a

- A) 8.
 B) 6.
 C) 4.
 D) $\sqrt{6}$
 E) $2\sqrt{3}$

Comentários:

O melhor jeito de visualizar o problema é desenhá-lo! Para isso, vamos colocar a equação de circunferência dada no enunciado de uma forma mais "apresentável".



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$$

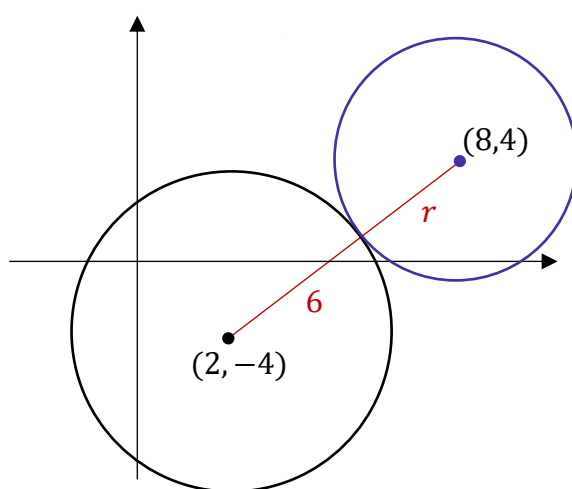
$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 8y) = 16$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 8y + 16) = 16 + 4 + 16$$

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 36$$

Perceba que a circunferência representada nessa equação **está centrada em $(2, -4)$ e tem raio igual a 6**.

Vamos desenhá-la.



Perceba que para que as duas circunferências sejam tangentes externas, **a soma de seus raios deve ser igual a distância entre seus centros**. Assim:

$$6 + r = \sqrt{(2 - 8)^2 + (-4 - 4)^2}$$

$$6 + r = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$6 + r = \sqrt{100}$$

$$6 + r = 10$$

$$\boxed{r = 4}$$

Gabarito: LETRA C.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

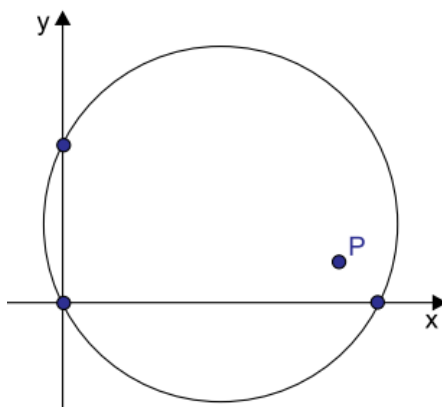
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Vunesp

11. (VUNESP/PM-SP/2023) No plano cartesiano, uma circunferência intersecta os eixos coordenados nos pontos de coordenadas $(0, 0)$, $(0, 4)$ e $(8, 0)$, conforme mostra a figura, que também exibe o ponto $P(7, 1)$.



A equação da reta que passa pelo centro da circunferência e por P é

- A) $x + y - 8 = 0$
- B) $x + 2y - 8 = 0$
- C) $x + 3y - 10 = 0$
- D) $x + 4y - 10 = 0$
- E) $x + 5y - 12 = 0$

Comentários:

Seja $C = (x_C, y_C)$ o centro da circunferência.

Como **$(0,0)$ é ponto da circunferência**, podemos escrever:

$$(x_C - 0)^2 + (y_C - 0)^2 = R^2$$

$$x_C^2 + y_C^2 = R^2 \quad (1)$$

Como **$(0,4)$ é ponto da circunferência**, podemos escrever:

$$(x_C - 0)^2 + (y_C - 4)^2 = R^2$$

$$x_C^2 + (y_C - 4)^2 = R^2 \quad (2)$$

Como **$(8,0)$ é ponto da circunferência**, podemos escrever:

$$(x_C - 8)^2 + (y_C - 0)^2 = R^2$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$(x_C - 8)^2 + y_C^2 = R^2 \quad (3)$$

Vamos tentar **resolver esse sistema formado por essas três equações.**

Igualando (2) e (3):

$$(x_C - 8)^2 + y_C^2 = x_C^2 + (y_C - 4)^2$$

$$(x_C^2 - 16x_C + 64) + y_C^2 = x_C^2 + (y_C^2 - 8y_C + 16)$$

$$-16x_C + 64 = -8y_C + 16$$

$$2x_C - 8 = y_C - 2$$

$$y_C = 2x_C - 6 \quad (4)$$

Dessa vez, vamos igualar (1) e (3):

$$x_C^2 + y_C^2 = (x_C - 8)^2 + y_C^2$$

$$x_C^2 = x_C^2 - 16x_C + 64$$

$$x_C = \frac{64}{16}$$

$$x_C = 4$$

Com o valor de x_C , podemos aplicá-lo em (4):

$$y_C = 2 \cdot 4 - 6$$

$$y_C = 2$$

Opa! Temos nosso centro:

$$C = (4, 2)$$

A questão pede a **equação da reta que passa por P e C:**

Primeiro, encontramos um coeficiente angular:



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$m_{PC} = \frac{y_P - y_C}{x_P - x_C}$$

$$m_{PC} = \frac{1 - 2}{7 - 4}$$

$$m_{PC} = -\frac{1}{3}$$

Agora, podemos encontrar a equação da reta:

$$y - 1 = m_{PC}(x - x_P)$$

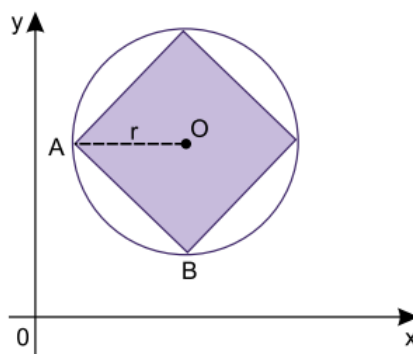
$$y - 1 = \left(-\frac{1}{3}\right)(x - 7)$$

$$3y - 3 = -x + 7$$

$$\boxed{x + 3y - 10 = 0}$$

Gabarito: LETRA C.

12. (VUNESP/PM-SP/2016) Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, a circunferência de centro O e raio r é definida pela equação: $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$.



Sendo AB o lado de um quadrado inscrito nessa circunferência, é correto afirmar que o perímetro desse quadrado mede

- A) $16\sqrt{2}$
- B) $14\sqrt{2}$
- C) $12\sqrt{2}$
- D) $8\sqrt{2}$
- E) $6\sqrt{2}$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

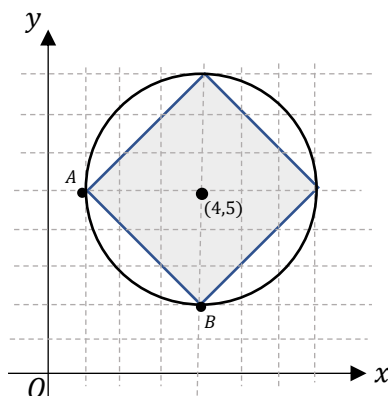
<https://t.me/cursosparaconcurso>



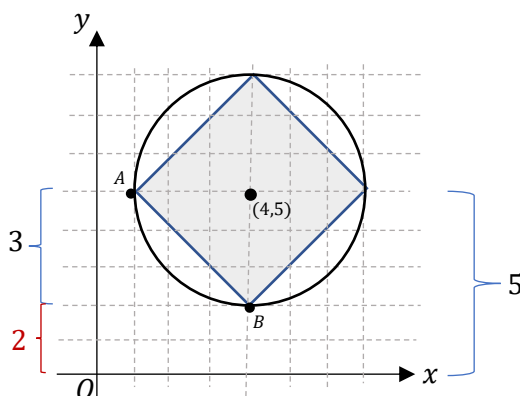
APONTE SUA CAMERA

Comentários:

Observe que, por meio da equação da circunferência, podemos tirar que **seu centro está em (4, 5)** e **o raio é 3**. Para isso, basta compararmos com a equação que vimos na teoria $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$. Em que (x_0, y_0) **são as coordenadas do centro** e **R é o raio da circunferência**. Dito isso, vamos desenhar essa circunferência no plano cartesiano.



Devemos perceber que **B está na mesma abscissa que o centro da circunferência**. Com isso, $B = (4, y_b)$. Para determinarmos a ordenada de B, devemos perceber que ele **está distante exatamente a medida de um raio para baixo**. Logo, se a ordenada do centro é 5, B estará em $5 - 3 = 2$. Visualize melhor.



Por sua vez, perceba que **A possui a mesma ordenada que o centro, isto é, 5**. Assim, $A = (x_A, 5)$. Para determinar a abscissa de A, note que o ponto está distante exatamente a medida de **um raio para a esquerda**. Assim, podemos concluir que $x_A = 4 - 3 = 1$.

Com os dois pontos determinados **A(1, 5) e B(4, 2)**, a distância entre eles é exatamente o lado do quadrado.

$$d(A, B) = \sqrt{(4 - 1)^2 + (2 - 5)^2} \rightarrow d(A, B) = \sqrt{3^2 + 3^2} \rightarrow d(A, B) = 3\sqrt{2}$$

O **perímetro** é a soma de todos os quatro lados do quadrado. Como os lados são iguais, podemos fazer:

$$\text{perímetro} = 4 \cdot 3\sqrt{2} \rightarrow \text{perímetro} = 12\sqrt{2}$$

Gabarito: LETRA C.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



QUESTÕES COMENTADAS

Triângulos

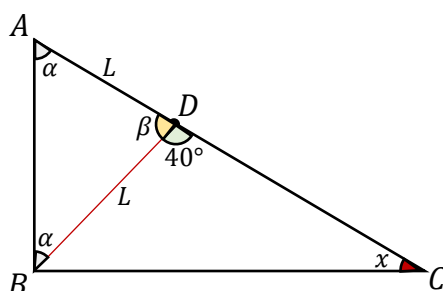
FGV

1. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Em um triângulo retângulo ABC, considere um ponto D, sobre a hipotenusa AC tal que o comprimento do segmento AD é igual ao comprimento do segmento DB. Se o ângulo BDC mede 40° , o ângulo BCD mede

- a) 70° .
- b) 60° .
- c) 50° .
- d) 40° .
- e) 30° .

Comentários:

Vamos desenhar a situação proposta no enunciado.



Coloquei no desenho todas as informações que o enunciado nos passou. Agora, **queremos encontrar o ângulo "x"**, destacado em vermelho. Preliminarmente, note que no ponto D temos dois ângulos que quando somados resultam em um **ângulo raso (180°)**.

$$40^\circ + \beta = 180^\circ \quad \rightarrow \quad \beta = 140^\circ$$

Com o valor de β , conseguimos determinar o valor de α , pois a soma dos ângulos internos do triângulo BDA **deve ser igual a 180°** .

$$\alpha + \alpha + \beta = 180^\circ \quad \rightarrow \quad 2\alpha + 140^\circ = 180^\circ \quad \rightarrow \quad 2\alpha = 40^\circ \quad \rightarrow \quad \alpha = 20^\circ$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Você pode estar se perguntando o porquê de ter dois α no triângulo BDA. Observe que o enunciado nos disse que o comprimento do segmento BD é igual ao do segmento AD. Sendo assim, temos um **triângulo isósceles** e, como consequência, **os ângulos opostos a esses lados devem ser iguais**.

Pronto! Uma vez descoberto α , podemos encontrar o ângulo "x". Para isso, devemos lembrar que **ABC é um triângulo retângulo**. Sendo assim, podemos usar que a soma dos ângulos internos é igual a 180° .

$$\alpha + 90^\circ + x = 180^\circ$$

$$x + 110^\circ = 180 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 70^\circ}$$

Gabarito: LETRA A.

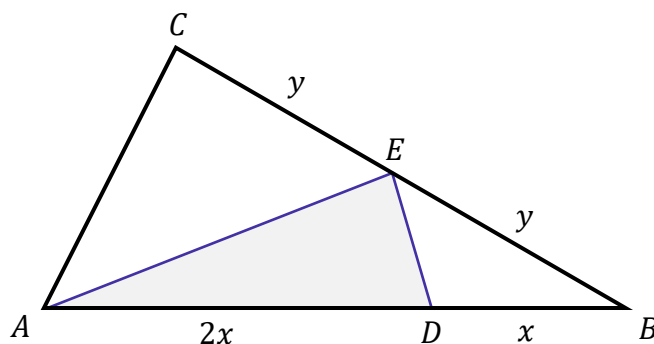
2. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Considere um triângulo ABC. Seja D um ponto sobre o lado AB tal que o comprimento de AD é o dobro do comprimento de DB. Seja E o ponto médio do lado BC.

Se a área do triângulo ADE mede 6 cm^2 , a área do triângulo ABC, em cm^2 , mede

- a) 24.
- b) 18.
- c) 15.
- d) 12.
- e) 9.

Comentários:

Inicialmente, vamos desenhar a situação do enunciado.



Em um primeiro momento, essa é a figura que conseguimos desenhar com as informações da questão. Note que o enunciado falou que a área destacada em amarelo (triângulo ADE) **vale 6 cm^2** . Com ela, devemos determinar a área do triângulo maior, o ABC. Sempre que você trabalhar com áreas de triângulos, **é válido pensar em alturas**. Afinal, uma das formas de encontrar a área de um triângulo é por:

$$S = \frac{bh}{2}$$



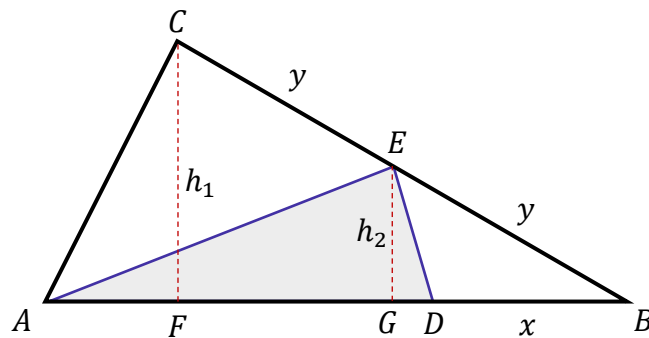
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Sendo assim, vamos traçar as alturas dos triângulos ADE e ABC.



No desenho acima, h_1 representa a altura do triângulo ABC, enquanto “F” é o pé dessa altura.

Por sua vez, h_2 representa a altura do triângulo ADE, enquanto “G” é o pé dessa altura.

Observe que **os triângulos CBF e EGB são semelhantes**. Logo:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{2y}{y} \quad \rightarrow \quad \frac{h_1}{h_2} = 2$$

Pronto, temos uma **relação entre as alturas dos triângulos** em estudo.

Agora, vamos escrever as áreas para cada um deles.

$$S_{ABC} = AB \cdot \frac{h_1}{2} \quad \rightarrow \quad S_{ABC} = \frac{3xh_1}{2} \quad (1)$$

Note que a base AB é a soma de “2x” mais “x”, o que **resulta em um comprimento “3x”** para o segmento.

$$S_{ADE} = AD \cdot \frac{h_2}{2} \quad \rightarrow \quad S_{ADE} = \frac{2xh_2}{2} \quad \rightarrow \quad S_{ADE} = xh_2 \quad (2)$$

Observe as expressões (1) e (2). Vamos dividi-las membro a membro.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{\frac{3xh_1}{2}}{xh_2} \quad \rightarrow \quad \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{h_1}{h_2}$$

Na equação acima, devemos **substituir** as informações:

$$S_{ADE} = 6 \quad e \quad \frac{h_1}{h_2} = 2$$



$$\frac{S_{ABC}}{6} = \frac{3}{2} \cdot 2$$

Isolando S_{ABC} :

$$S_{ABC} = 3 \cdot 6 \quad \rightarrow \quad \boxed{S_{ABC} = 18 \text{ cm}^2}$$

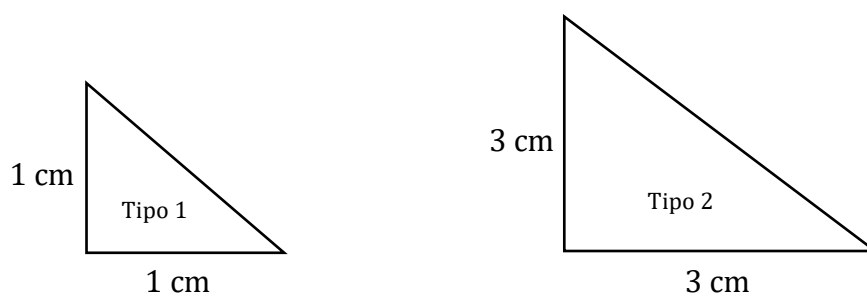
Gabarito: LETRA B.

3. (FGV/SENADO/2022) João dispõe de objetos de madeira na forma de triângulos com um ângulo reto. Há triângulos de dois tipos: os de tipo 1 possuem dois catetos iguais medindo 1cm, os de tipo 2 também possuem dois catetos iguais, mas medindo 3 cm. Para montar um quadrado com 9 cm de lado todo preenchido de triângulos, João pode escolher usar

- a) 70 triângulos de tipo 1 e 10 triângulos de tipo 2.
- b) 81 triângulos de tipo 1 e 8 triângulos de tipo 2.
- c) 102 triângulos de tipo 1 e 6 triângulos de tipo 2.
- d) 88 triângulos de tipo 1 e 8 triângulos de tipo 2.
- e) 72 triângulos de tipo 1 e 10 triângulos de tipo 2.

Comentários:

Inicialmente, vamos fazer os desenhos pertinentes.



Agora, vamos calcular cada uma das **áreas desses triângulos** pois precisaremos delas!

$$A_1 = \frac{1 \cdot 1}{2} \quad \rightarrow \quad A_1 = 0,5 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{3 \cdot 3}{2} \quad \rightarrow \quad A_2 = 4,5 \text{ cm}^2$$

Pronto, com essas áreas em mãos, vamos entender melhor o problema.

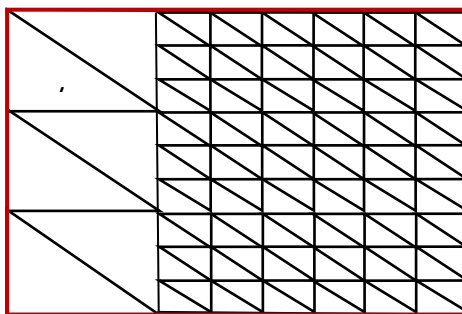
Queremos fazer um quadrado todo preenchido apenas esses dois tipos de triângulos. Seria algo como o desenho abaixo (**situação exemplificativa**):



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>





Os triângulos menores seriam o triângulo do tipo 1, enquanto os triângulos maiores, o do tipo 2.

Nosso problema é encontrar quantos **triângulos do tipo 1** e quantos do **tipo 2** precisamos para formar um **quadrado de 9 cm de lado**. Esse quadrado possui a seguinte área:

$$A_Q = 9^2 \quad \rightarrow \quad A_Q = 81 \text{ cm}^2$$

Observe que, como vamos preencher esse quadrado, ao somarmos as áreas dos triângulos do tipo 1 com a do tipo 2, **devemos totalizar a área do quadrado**. Para saber quantos triângulos do tipo 1 e quantos do tipo 2 usaremos, precisaremos usar as alternativas a nosso favor!

A estratégia vai ser a seguinte: usar as quantidades das alternativas para calcular a área do possível quadrado formado. **Se a área encontrada resultar nos 81 cm²**, então essa alternativa é a nossa resposta.

Se a área encontrada for diferente de 81 cm², então as quantidades dessa alternativa **não vão formar o quadrado procurado** de área igual a 81 cm². Tudo bem? Vamos lá!

a) 70 triângulos de tipo 1 e 10 triângulos de tipo 2.

Errado. Ora, se temos **70 triângulos do tipo 1** e **10 triângulos do tipo 2**, então ficamos com:

$$A = 70A_1 + 10A_2$$

Usando os valores das áreas que encontramos:

$$A = 70 \cdot 0,5 + 10 \cdot 4,5 \quad \rightarrow \quad A = 35 + 45 \quad \rightarrow \quad A = 80 \text{ cm}^2$$

Observe que a área formada por essa quantidade de triângulos **não fechou** nosso quadrado de área de 81 cm². Logo, essa combinação não pode ser nossa resposta.

b) 81 triângulos de tipo 1 e 8 triângulos de tipo 2.

Errado. Vamos repetir o processo aqui. Se temos **81 triângulos do tipo 1** e **8 triângulos do tipo 2**, então:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$A = 81A_1 + 8A_2$$

$$A = 81 \cdot 0,5 + 8 \cdot 4,5 \quad \rightarrow \quad A = 40,5 + 36 \quad \rightarrow \quad A = 76,5 \text{ cm}^2$$

Mais uma vez a área formada por essa quantidade de triângulos **não fechou** o quadrado de área de 81 cm^2 . Logo, essa combinação não pode ser nossa resposta.

c) 102 triângulos de tipo 1 e 6 triângulos de tipo 2.

Errado. Temos **102 triângulos do tipo 1** e **6 triângulos do tipo 2**, então:

$$A = 102A_1 + 6A_2$$

$$A = 102 \cdot 0,5 + 6 \cdot 4,5 \quad \rightarrow \quad A = 51 + 27 \quad \rightarrow \quad A = 78 \text{ cm}^2$$

Mais uma vez a área formada por essa quantidade de triângulos **não fechou** o quadrado de área de 81 cm^2 . Logo, essa combinação não pode ser nossa resposta.

d) 88 triângulos de tipo 1 e 8 triângulos de tipo 2.

Errado. Temos **88 triângulos do tipo 1** e **8 triângulos do tipo 2**, então:

$$A = 88A_1 + 8A_2$$

$$A = 88 \cdot 0,5 + 8 \cdot 4,5 \quad \rightarrow \quad A = 44 + 36 \quad \rightarrow \quad A = 80 \text{ cm}^2$$

Mais uma vez a área formada por essa quantidade de triângulos **não fechou** o quadrado de área de 81 cm^2 . Logo, essa combinação não pode ser nossa resposta.

e) 72 triângulos de tipo 1 e 10 triângulos de tipo 2.

Correto. Por fim, temos uma alternativa com **72 triângulos de tipo 1** e **10 triângulos de tipo 2**. Logo:

$$A = 72A_1 + 10A_2$$

$$A = 72 \cdot 0,5 + 10 \cdot 4,5 \quad \rightarrow \quad A = 36 + 45 \quad \rightarrow \quad \boxed{A = 81 \text{ cm}^2}$$

Opa! Encontramos. Note que a área formada por essa quantidade de triângulos **bate** justamente com a área do quadrado procurado. Sendo assim, **é a única alternativa possível** dentre as apresentadas.

Gabarito: LETRA E.



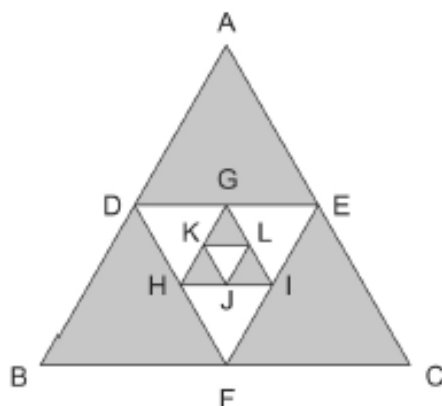
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



FCC

4. (FCC/SABESP/2019) O triângulo ABC, de área 64 cm^2 , foi dividido pelos segmentos DE, DF, EF, em quatro triângulos congruentes. O triângulo DEF, por sua vez, foi dividido pelos segmentos GH, HI e GI, em quatro triângulos congruentes, o mesmo acontecendo com o triângulo GHI através dos segmentos JK, KL, LJ.

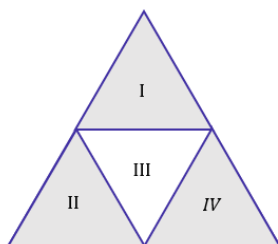


Assim sendo, a área da região sombreada na figura é, em cm^2 ,

- A) 60
- B) 63
- C) 64
- D) 51
- E) 48

Comentários:

O triângulo ABC, **de área 64 cm^2** , foi dividido em quatro triângulos iguais. Portanto, para encontrar a área de cada um deles, basta dividirmos 64 por 4.



Assim,

$$A_I = A_{II} = A_{III} = A_{IV} = \frac{64}{4} = 16 \text{ cm}^2$$

Depois dessa divisão, é a vez do triângulo III ser dividido em quatro triângulos iguais.

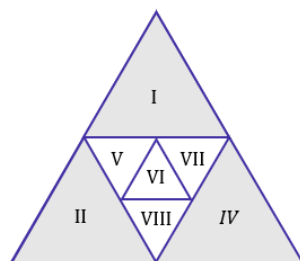


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



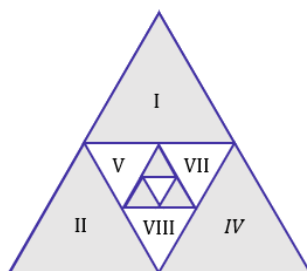
APONTE SUA CAMERA



Logo, **as áreas dos triângulos V, VI, VII e VIII são iguais** a área do antigo triângulo III dividido por 4.

$$A_V = A_{VI} = A_{VII} = A_{VIII} = \frac{16}{4} = 4 \text{ cm}^2$$

Por fim, **o triângulo VI também é dividido em mais 4 "mini triângulos" congruentes**. Assim, a área de cada mini triângulo será calculada pela divisão da área do triângulo VI por 4.



$$A_{mini} = \frac{4}{4} = 1 \text{ cm}^2$$

Note que a área sombreada é formada pela área dos triângulos I, II e III **mais a área de três mini triângulos**. Assim,

$$A_{sombreada} = A_I + A_{II} + A_{III} + 3 \cdot A_{mini}$$

$$A_{sombreada} = 16 + 16 + 16 + 3 \cdot 1$$

$$A_{sombreada} = 48 + 3 \rightarrow A_{sombreada} = 51 \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA D.

5. (FCC/PREF. SJRP/2019) Em um triângulo ABC a altura BD relativa ao lado AC mede 3 cm, conforme mostra a figura.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

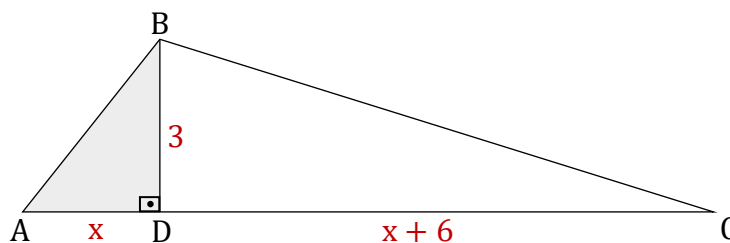


Sabendo que o segmento CD é 6 cm maior que o segmento AD e que a área do triângulo BCD é o quádruplo da área do triângulo ABD, a área do triângulo ABC, em cm^2 , é:

- A) 12
- B) 15
- C) 18
- D) 21
- E) 24

Comentários:

Vamos desenhar melhor a figura do enunciado, com as informações que foram passadas.



Note que **os triângulos ABD e BCD são retângulos**. Logo, suas áreas podem ser calculadas pelo produto dos catetos dividido por dois.

$$S_{ABD} = \frac{3x}{2}$$

$$S_{BDC} = \frac{3 \cdot (x + 6)}{2}$$

O enunciado disse que **a área do triângulo BCD é o quádruplo da área do triângulo ABD**.

$$S_{BDC} = 4S_{ABD} \quad \rightarrow \quad \frac{3 \cdot (x + 6)}{2} = 4 \cdot \frac{3x}{2}$$

$$3 \cdot (x + 6) = 12x \quad \rightarrow \quad 3x + 18 = 12x \quad \rightarrow \quad 9x = 18 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x = 2 \text{ cm}}$$

A área do triângulo ABC pode ser encontrada pelo produto da base AC pela altura BD, depois dividimos por 2. Como determinarmos o valor de "x", sabemos agora quanto vale a base.

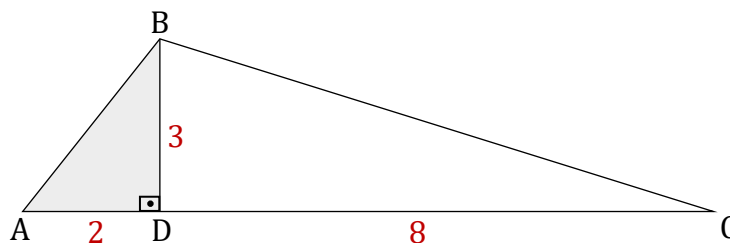


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



$$S_{ABC} = \frac{3 \cdot 10}{2} \rightarrow S_{ABC} = 15 \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA B.

CEBRASPE

6. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Considere que um triângulo ABC tenha lados com as seguintes medidas: 3 cm, 5 cm e 7 cm. Se o triângulo DEF é semelhante ao triângulo ABC e tem perímetro 25 cm, então o menor lado do triângulo DEF é 5 cm.

Comentários:

Temos todos os lados do triângulo ABC , conseguimos calcular o perímetro ($2p$).

$$2p_{ABC} = 3 + 5 + 7 \rightarrow 2p_{ABC} = 15 \text{ cm}$$

Como também temos **o perímetro do triângulo DEF**, podemos calcular **a razão de semelhança (k)**.

$$k = \frac{2p_{ABC}}{2p_{DEF}} \rightarrow k = \frac{15}{25} \rightarrow k = \frac{3}{5} \rightarrow k = 0,6$$

Agora, com a razão de semelhança, conseguimos calcular **o menor lado do triângulo DEF (l_{DEF})**. Para isso, devemos utilizar também **o menor lado do triângulo ABC (l_{ABC})**, ou seja, 3 cm.

$$k = \frac{l_{ABC}}{l_{DEF}} \rightarrow l_{DEF} = \frac{l_{ABC}}{k} \rightarrow l_{DEF} = \frac{3}{0,6} \rightarrow \boxed{l_{DEF} = 5 \text{ cm}}$$

Gabarito: CERTO.

7. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Seja ABC um triângulo com $\hat{A}BC = 90^\circ$ e $\hat{A}CB = 30^\circ$. Se $\overline{BC} = \sqrt{3}$ cm e se a altura com relação ao vértice B encontra o segmento $\overline{AC}$ no ponto D , então o comprimento do segmento $\overline{AD}$ é 1 cm.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

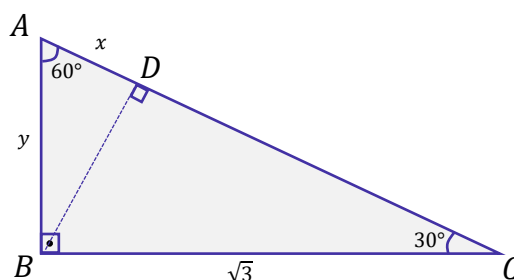
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Comentários:

Vamos esquematizar o triângulo ABC com as informações do item!



Queremos determinar "x"! Para isso, precisaremos primeiro encontrar "y".

$$\tan 30^\circ = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad y = \sqrt{3} \tan 30^\circ$$

A tangente de 30° é uma daquelas que **você precisa decorar!** Trata-se de um ângulo notável! Vamos revisitar aquela tabela!

	Seno	Cosseno	Tangente
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Com isso,

$$y = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \rightarrow \quad y = 1 \text{ cm}$$

Agora, com o valor de "y", podemos encontrar "x", observando o triângulo ADB.

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{y} \quad \rightarrow \quad x = y \cdot \cos 60^\circ \quad \rightarrow \quad \boxed{x = \frac{1}{2} \text{ cm}}$$

Note que "x" é igual a 0,5 cm. O item afirma que é igual a 1 cm. Logo, está **errado**.

Gabarito: ERRADO.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

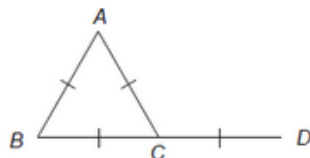
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

CESGRANRIO

8. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Um arame de extremidades C e D e 8 cm de comprimento é dobrado de modo a formar um triângulo equilátero ABC mantendo os pontos B, C e D alinhados, conforme a Figura a seguir.

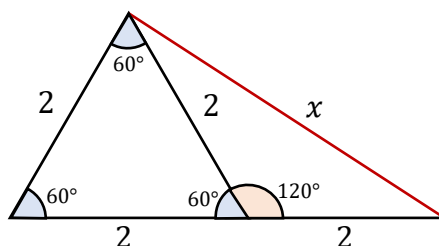


Qual a distância, em centímetros, entre os pontos A e D?

- A) $\sqrt{3}$
- B) $2\sqrt{3}$
- C) $4\sqrt{3}$
- D) 2
- E) 4

Comentários:

O arame tem **8 centímetros**. Para formar o triângulo equilátero, devemos dobrá-lo em **segmentos iguais**.



Com isso, note que **o lado do triângulo fica igual a 2**. Afinal, ainda "sobra" o segmento CD, de medida igual ao lado do triângulo. Para determinar o "x", podemos aplicar a lei dos cossenos, já que sabemos que o ângulo oposto é 120° .

$$x^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 4 + 4 - 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow x^2 = 8 + 4 \rightarrow x^2 = 12 \rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Gabarito: LETRA B.

9. (CESGRANRIO/IBGE/2016) Considere as seguintes definições:

- 1 - Um triângulo é chamado de escaleno quando os seus lados possuem comprimentos diferentes.
- 2 - Um triângulo é chamado de isósceles quando há dois de seus lados com o mesmo comprimento.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcursos>



APONTE SUA CAMERA

3 - Um triângulo é chamado de equilátero quando todos os seus lados possuem o mesmo comprimento.

De acordo com as definições apresentadas, um triângulo não é escaleno quando, e apenas quando, ele

- A) é isósceles.
- B) é isósceles, mas não é equilátero.
- C) não é isósceles.
- D) não é equilátero, nem é isósceles.
- E) não é equilátero.

Comentários:

Note que para o triângulo ser escaleno, ele deve ter **todos os lados com medidas diferentes**. Agora, vamos analisar as alternativas.

A) é isósceles.

Correto. É isso mesmo, pessoal. Note que basta que o triângulo seja isósceles, que ele não será escaleno. Afinal, em um triângulo isósceles, teremos obrigatoriamente **dois lados iguais**. No entanto, deveríamos entender *o examinador também considerou os triângulos equiláteros como isósceles*.

B) é isósceles, mas não é equilátero.

Errado. Se o triângulo é equilátero, ele também não será escaleno. Observe que pela definição do enunciado, um triângulo equilátero também é isósceles, afinal, há três (e, consequentemente, há dois) lados iguais.

C) não é isósceles.

Errado. Se não é isósceles, **pode ser escaleno**.

D) não é equilátero, nem é isósceles.

Errado. Se não é equilátero, nem isósceles, **então será escaleno**.

E) não é equilátero.

Errado. Se o triângulo não é equilátero, **ele ainda pode ser escaleno ou isósceles**.

Gabarito: LETRA A.

Outras Bancas

10. (RBO/ISS-BH/2022) Na figura a seguir, temos um triângulo equilátero de lado 6 dm, e em cada vértice desse triângulo, temos triângulo equilátero de lado 1 dm.

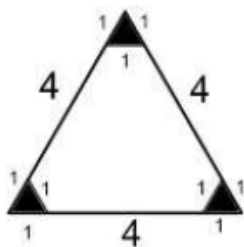


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



O percentual do triângulo de lado 6 dm, que está escurecido, é de, aproximadamente,

- A) 6,67%.
- B) 7,33%.
- C) 8,33%.
- D) 9,00%.
- E) 10,2%

Comentários:

Questão sobre a área do **triângulo equilátero**! O primeiro passo é lembrar da fórmula:

$$A = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$$

Agora, vamos calcular a área do triângulo equilátero de 6 dm de lado.

$$A_M = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_M = \frac{36 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_M = 9 \sqrt{3} \text{ dm}^2$$

Depois, precisamos encontrar a área do triângulo menor, que está escurecido. Note que esses triângulos menores também **são equiláteros e possuem 1 dm de lado**. Logo:

$$A_m = \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_m = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ dm}^2$$

Opa, temos a área de 1 triângulo escurecido, mas são 3 deles na figura! Assim:

$$A_t = 3A_m \rightarrow A_t = \frac{3 \sqrt{3}}{4} \text{ dm}^2$$

Para descobrir o percentual do triângulo maior que está escurecido, dividimos A_t por A_M .

$$\frac{A_t}{A_M} = \frac{\frac{3 \sqrt{3}}{4}}{9 \sqrt{3}} \rightarrow \frac{A_t}{A_M} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{A_t}{A_M} = 0,0833 \dots$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Sendo assim, o percentual é dado pela multiplicação do resultado acima **por 100**.

$$\frac{A_t}{A_m} = 8,33\%$$

Gabarito: LETRA C.

11. (FUNDATEC/PREF. FLORES DA CUNHA/2022) Analise as assertivas a seguir:

I. Todo triângulo retângulo tem um ângulo reto.

II. Todo triângulo retângulo tem catetos e hipotenusa.

III. Os ângulos internos de um triângulo retângulo possuem medidas iguais.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.

B) Apenas II.

C) Apenas I e II.

D) Apenas II e III.

E) I, II e III.

Comentários:

Vamos analisar as assertivas.

I. Todo triângulo retângulo tem um ângulo reto.

Certo. É exatamente a presença de um **ângulo reto (90 graus)** que caracteriza o triângulo retângulo.

II. Todo triângulo retângulo tem catetos e hipotenusa.

Certo. Todo triângulo retângulo tem **dois catetos e uma hipotenusa**. A relação entre esses elementos é dada pelo **Teorema de Pitágoras**.

III. Os ângulos internos de um triângulo retângulo possuem medidas iguais.

Errado. Todo triângulo tem três ângulos. No triângulo retângulo, um desses ângulos será o de 90 graus. No entanto, os outros dois ângulos podem assumir quaisquer valores, **não necessariamente iguais**.

Gabarito: LETRA C.

12. (IDECAN/IBGE/2022) Considere as seguintes afirmações abaixo:

I. A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°.

II. Em todo triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

III. Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

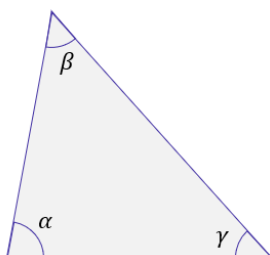
Assinale o item correto:

- A) Somente I está correta.
- B) Somente II está correta.
- C) Somente I e II estão corretas.
- D) Somente II e III estão corretas
- E) Todas as afirmações estão corretas.

Comentários:

I. A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180° .

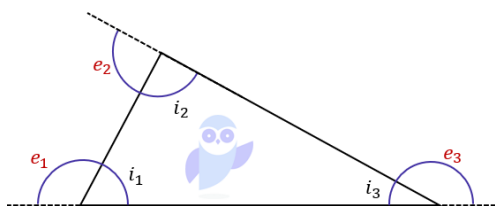
Certo. É um resultado muito importante no contexto do estudo dos triângulos! Anote ele.



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

II. Em todo triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

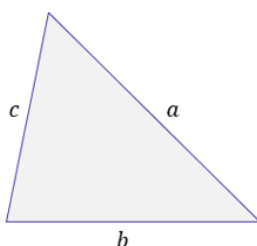
Certo também! É um resultado menos comum, mas igualmente importante. Nós demonstramos na teoria!



$$e_1 = i_2 + i_3$$

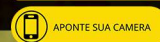
III. Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

Certo. É o que conhecemos como desigualdade triangular, também interpretada como uma **condição de existência** para o triângulo.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

Gabarito: LETRA E.

13. (DIRENS/EEAR/2020) Em relação aos triângulos, marque V para verdadeiro e F para falso. Em seguida, assinale a alternativa com a sequência correta.

- () Triângulo acutângulo é todo triângulo que possui dois lados agudos.
- () Em todo triângulo, a soma das medidas dos ângulos externos é igual a 360° .
- () Triângulo obtusângulo é todo triângulo que possui um dos ângulos internos obtuso.
- () Em todo triângulo, a medida de um ângulo externo é igual a soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

- A) F - V - V - V
- B) V - F - F - F
- C) F - F - F - V
- D) V - V - V - F

Comentários:

Vamos analisar!

(F) Triângulo acutângulo é todo triângulo que possui dois lados agudos.

Falso, moçada! Para ser acutângulo, o triângulo deve possuir todos os seus ângulos agudos!

(V) Em todo triângulo, a soma das medidas dos ângulos externos é igual a 360° .

Verdadeiro! Demonstramos isso na nossa teoria!

(V) Triângulo obtusângulo é todo triângulo que possui um dos ângulos internos obtuso.

Verdadeiro! É isso mesmo, pessoal! Em um **triângulo obtusângulo**, um dos ângulos internos obtuso (maior que 90° e menor que 180°).

(V) Em todo triângulo, a medida de um ângulo externo é igual a soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Verdadeiro, também! Essa demonstração também se encontra na nossa teoria.

Gabarito: LETRA A.

14. (FEPESE/PREF. MAFRA/2021) Os lados de um triângulo medem 4, 6 e 10 centímetros. Um segundo triângulo é semelhante ao primeiro e tem perímetro igual a 60 cm. Logo, o maior lado do segundo triângulo mede:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- A) 60 cm.
- B) 20 cm.
- C) 18 cm.
- D) 40 cm.
- E) 30 cm.

Comentários:

Nessa questão, precisamos calcular a razão de semelhança (k) entre esses triângulos. Para isso, usaremos os lados do triângulo dados no enunciado para **calcular um dos perímetros ($2p$)**.

$$2p = 4 + 6 + 10 \quad \rightarrow \quad 2p = 20$$

Com os dois perímetros, conseguimos calcular k .

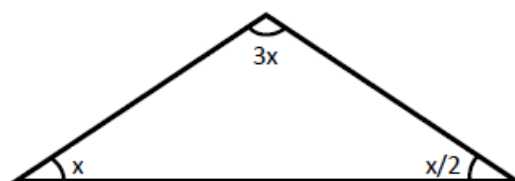
$$k = \frac{60}{20} \quad \rightarrow \quad k = 3$$

Para calcular o maior lado do segundo triângulo, precisamos **multiplicar a razão de semelhança k pelo maior lado do primeiro triângulo**.

$$L = 10 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad L = 30$$

Gabarito: LETRA E.

15. (IDECAN/SES DF/2014) Observe a figura a seguir.



Qual é o valor de x ?

- A) 20° .
- B) 40° .
- C) 45° .
- D) 90° .
- E) 180° .

Comentários:

Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Sendo assim:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$x + 3x + \frac{x}{2} = 180^\circ$$

$$\frac{9x}{2} = 180^\circ \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 40^\circ}$$

Gabarito: LETRA B.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

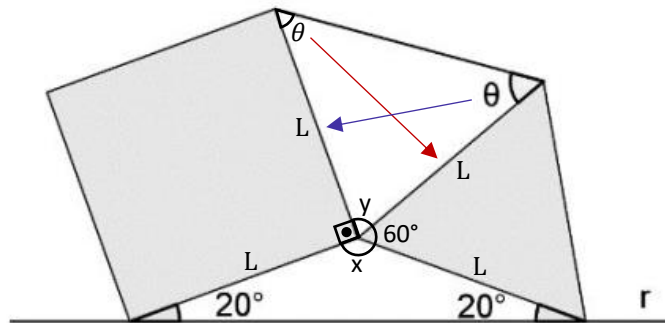
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

 APONTE SUA CAMARA

O fato do triângulo inferior ser isósceles nos informa que **o lado do quadrado é igual ao lado do triângulo**. Sendo assim, **os ângulos internos opostos a esses lados devem ser iguais**. Observe que desenhei mais um ângulo θ no triângulo superior.



Com essas considerações, vamos para os cálculos. Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Sendo assim, para o **triângulo inferior** temos:

$$20^\circ + x + 20^\circ = 180^\circ \rightarrow x + 40^\circ = 180^\circ \rightarrow \boxed{x = 140^\circ}$$

Com o valor de "x", conseguimos determinar "y", pois sabemos que em uma volta completa temos 360° .

$$y + 90^\circ + x + 60^\circ = 360^\circ$$

$$y + 150^\circ + 140^\circ = 360^\circ$$

$$y + 290^\circ = 360^\circ \rightarrow \boxed{y = 70^\circ}$$

Agora, com o valor de "y", finalmente conseguimos determinar θ . Para isso, devemos usar novamente o seguinte fato: **a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°** . No **triângulo superior**, ficamos:

$$y + \theta + \theta = 180^\circ \rightarrow 2\theta + 70^\circ = 180^\circ \rightarrow 2\theta = 110^\circ \rightarrow \boxed{\theta = 55^\circ}$$

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/SEJUSP-MG/2022) Partindo de um retângulo, Eduardo construiu dois outros retângulos, R1 e R2. As dimensões do retângulo R1 são a metade das dimensões do retângulo inicial e as dimensões do retângulo R2 são o dobro das dimensões do retângulo inicial. A razão entre a área do retângulo R2 e a área do retângulo R1 é

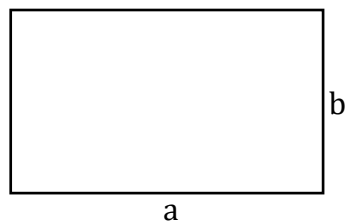
- a) 32.
- b) 16.
- c) 8.
- d) 4.



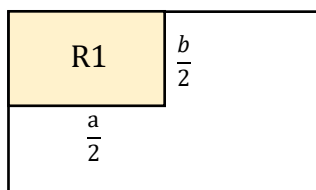
e) 2.

Comentários:

Vamos desenhar com calma! Primeiramente, considere o retângulo original:



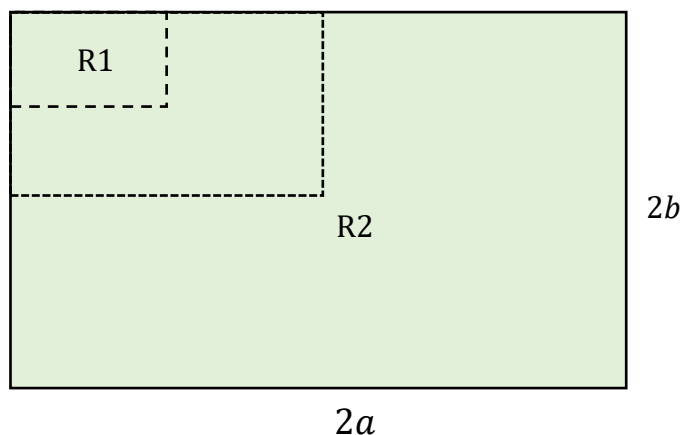
Agora, vamos desenhar o retângulo R1 (destacado em amarelo) que possui lados iguais **a metade** do original;



Observe que **a área** desse retângulo é igual a:

$$A_{R1} = \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right) \rightarrow A_{R1} = \frac{ab}{4}$$

Por sua vez, quando desenhamos **o retângulo R2** (destacado em verde), temos:



Como R2 tem dimensões iguais **ao dobro** das dimensões do retângulo original, então seus lados medem “2a” e “2b”. A sua área, portanto, é dada por:

$$A_{R2} = (2a)(2b) \rightarrow A_{R2} = 4ab$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



O enunciado pede a razão entre essas duas áreas. Logo,

$$k = \frac{A_{R2}}{A_{R1}} \rightarrow k = \frac{4ab}{\frac{ab}{4}} \rightarrow k = 4 \cdot 4 \rightarrow \boxed{k = 16}$$

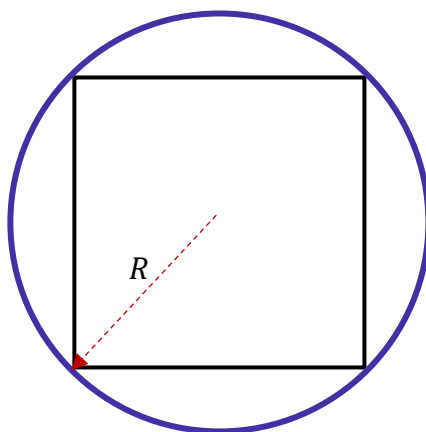
Gabarito: LETRA B.

3. (FGV/SEAD-AP/2022) Um quadrado está inscrito em um círculo de raio R . Cada um dos menores arcos do círculo determinado por um lado do quadrado é refletido no respectivo lado. A área da região delimitada por esses 4 arcos refletidos é:

- a) $(\pi - 1)R^2$.
- b) $(\pi - \sqrt{2})R^2$.
- c) $(3\sqrt{2} - \pi)R^2$.
- d) $(4 - \pi)R^2$.
- e) $(4\sqrt{2} - \pi)R^2$.

Comentários:

Vamos desenhar a situação proposta pelo enunciado!



Pronto, esse é um quadrado inscrito em um círculo de R . Observe que a diagonal do quadrado (d) é igual ao diâmetro do círculo ($2R$). Sendo assim, podemos encontrar o lado do quadrado (L) em função de R .

$$d = L\sqrt{2} = 2R \rightarrow L = \frac{2R}{\sqrt{2}} \rightarrow \boxed{L = R\sqrt{2}}$$

Vamos guardar esse resultado. Agora, devemos refletir os menores arcos do círculo no respectivo lado.

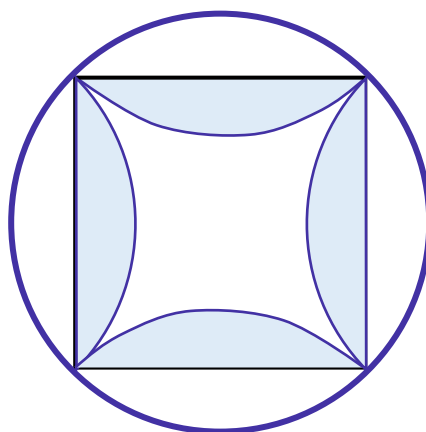


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

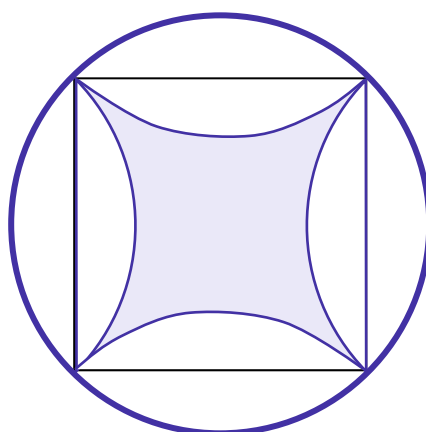
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



A área procurada é a área delimitada por esses arcos refletidos. Vamos destacá-la!

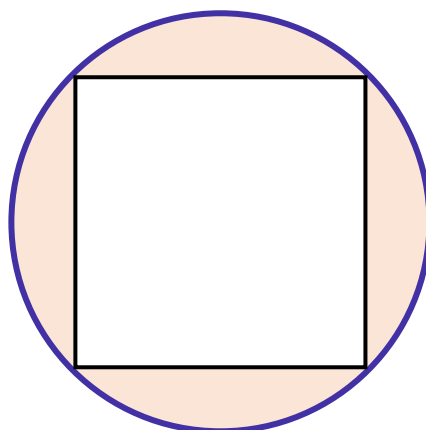


Pronto, queremos essa área interna (que está pintada de roxo claro). Observe que ela é igual a área do quadrado (A_q) **menos** a área dos quatro arcos (A_a): $A = A_q - A_a$

Inicialmente, já podemos calcular **a área do quadrado**:

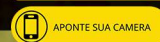
$$A_q = L^2 \quad \rightarrow \quad A_q = (R\sqrt{2})^2 \quad \rightarrow \quad A_q = 2R^2$$

Agora, observe que a área dos arcos é a área do círculo menos a área do quadrado!



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



Professor, mas não queremos as áreas dos arcos refletidos?

Queremos! Mas **os arcos refletidos possuem a mesma área dos arcos “originais”**! Sendo assim:

$$A_a = A_c - A_q$$

$$A_a = \pi R^2 - 2R^2 \quad \rightarrow \quad A_a = (\pi - 2)R^2$$

Pronto! Agora devemos fazer:

$$A = A_q - A_a$$

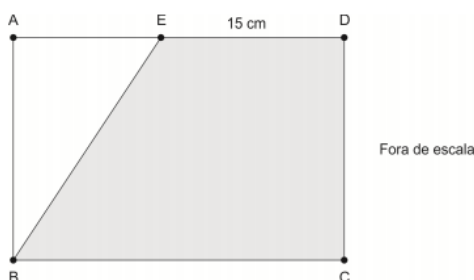
$$A = 2R^2 - (\pi - 2)R^2$$

$$A = 2R^2 - \pi R^2 + 2R^2 \quad \rightarrow \quad A = 4R^2 - \pi R^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{A = (4 - \pi)R^2}$$

Gabarito: LETRA D.

FCC

4. (FCC/PREF. SJRP/2019) O ponto E pertence ao lado AD do retângulo ABCD e ED=15 cm, conforme mostra a figura.



Sabendo que a área do retângulo ABCD é 336 cm² e que a área do trapézio BCDE é 273 cm², a medida, em cm, do lado AB, é:

- A) 14
- B) 15
- C) 16
- D) 17
- E) 18

Comentários:

Pessoal, vamos redesenhar essa figura, colocando as informações que ainda não temos.

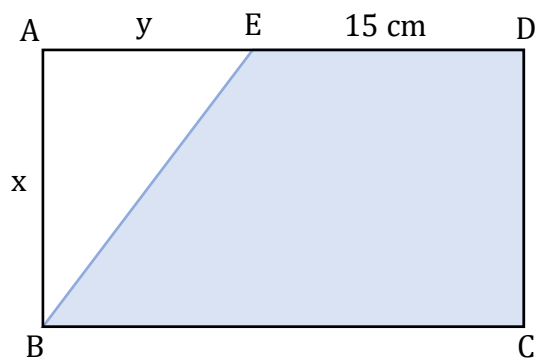


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



A área do retângulo ABCD é 336 cm^2 . Assim,

$$x(y + 15) = 336 \quad \rightarrow \quad xy + 15x = 336 \quad (1)$$

A área do trapézio BCDE é 273 cm^2 . Logo,

$$\frac{(15 + 15 + y)x}{2} = 273 \quad \rightarrow \quad 30x + xy = 546 \quad (2)$$

(1) e (2) formam um sistema com **duas equações e duas incógnitas**. Podemos resolvê-lo. Subtraindo (1) de (2), membro a membro, ficamos:

$$(30x + xy) - (15x + xy) = 546 - 336$$

$$30x - 15x = 210 \quad \rightarrow \quad 15x = 210 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x = 14 \text{ cm}}$$

Gabarito: LETRA A.

5. (FCC/AGED-MA/2018) Uma empresa designou para recreação de seus funcionários um espaço retangular de dimensões inteiras e diferentes da unidade, em metros, cuja área é 793 m^2 . Sabe-se que a área de um retângulo é o produto de suas duas dimensões. No último mês, a empresa aumentou a dimensão maior desse espaço retangular em 4 metros e a menor em 3 metros. Feito isso, a área de recreação dos funcionários aumentou em

- A) 247 m^2
- B) 12 m^2
- C) 315 m^2
- D) 189 m^2
- E) 49 m^2

Comentários:

Vamos desenhar a situação proposta pelo enunciado.

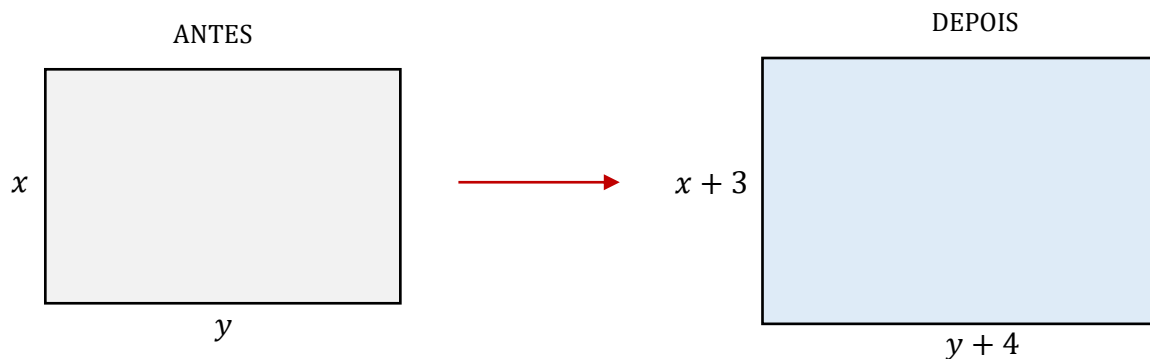


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Antes do aumento, a área do espaço era de 793 m^2 . Com isso, podemos escrever:

$$xy = 793$$

Aqui devemos atentar para uma informação muito importante do enunciado:

"... um espaço retangular de **dimensões inteiras** e **diferentes da unidade** ..."

Assim, os valores de "x" e "y" não podem ser "quebrados" ou iguais a "1".

Quando fazemos a **decomposição de 793 em números primos**, obtemos:

$$793 = 13 \cdot 61$$

Como, pelo desenho, consideramos que "**x**" é a **menor dimensão** e "**y**" a **maior**, podemos concluir que:

$$x = 13 \quad \text{e} \quad y = 61$$

Dessa forma, **após o aumento de 3 e 4 metros em cada um dos lados**, ficamos com a seguinte área:

$$S = (13 + 3) \cdot (61 + 4) \rightarrow S = 16 \cdot 65 \rightarrow S = 1.040 \text{ m}^2$$

Com o valor das duas áreas, podemos calcular de quanto foi o aumento.

$$\text{Aumento} = 1040 - 793 \rightarrow \text{Aumento} = 247 \text{ m}^2$$

Gabarito: LETRA A.

CEBRASPE

6. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

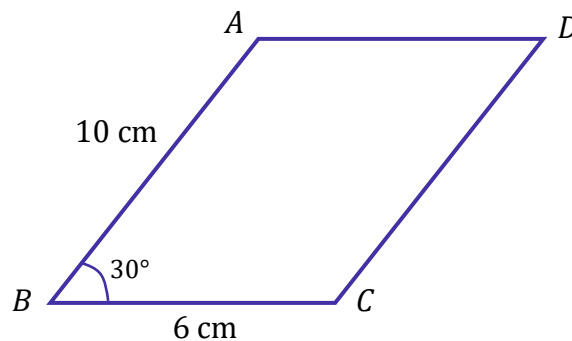


APONTE SUA CÂMERA

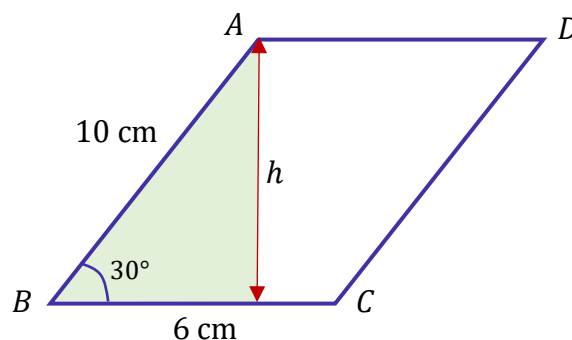
Um paralelogramo $ABCD$ com $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 6\text{ cm}$ e $\widehat{ABC} = 30^\circ$ tem área igual a 30 cm^2 .

Comentários:

Vamos desenhar esse paralelogramo!



Para calcular a **área desse paralelogramo**, precisamos primeiramente encontrar sua altura.



Note que "**h**" é o **cateto oposto do ângulo de 30°** , enquanto o **lado AB é a hipotenusa** do triângulo destacado em verde. Sendo assim, podemos escrever:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{10} \quad \rightarrow \quad h = 10 \cdot \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{h = 5\text{ cm}}$$

Com a altura, podemos encontrar a área **multiplicando a base BC por h**.

$$A = BC \cdot h \quad \rightarrow \quad A = 6 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad \boxed{A = 30\text{ cm}^2}$$

Gabarito: CERTO.

7. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Os quadrados A, B e C foram colocados lado a lado, de modo que uma reta contém os três vértices superiores, como mostra a figura a seguir

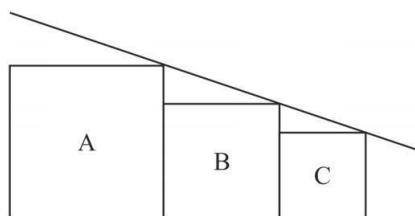


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CÂMERA

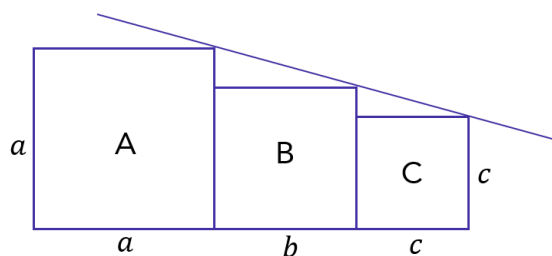


Se a área do quadrado A for 24 cm^2 , e a área do quadrado C for 6 cm^2 , então a área do quadrado B será igual a

- A) 9 cm^2
- B) 10 cm^2
- C) 12 cm^2
- D) 15 cm^2
- E) 18 cm^2

Comentários:

Vamos esquematizar, destacando os lados de cada quadrado.



Lembre-se que **os lados de um quadrado são todos iguais**. Portanto, os lados do quadrado A medem todos uma mesma quantidade "a". Analogamente, os lados de B medem um mesmo valor "b". O enunciado trouxe as áreas dos quadrados A e C. **Com essas áreas, conseguimos determinar o valor dos lados.**

$$\begin{aligned} A_A = a^2 &\rightarrow 24 = a^2 &\rightarrow a = 2\sqrt{6} \text{ cm} \\ A_C = c^2 &\rightarrow 6 = c^2 &\rightarrow c = \sqrt{6} \text{ cm} \end{aligned}$$

Agora que temos os lados dos quadrados A e C, você deve estar se perguntando como faremos para encontrar o lado de B. Para isso, **precisamos encontrar uma relação que envolva esses valores**. A reta desenhada sobre os quadrados não veio por acaso. Ela está aí para ajudá-lo a perceber que **os triângulos retângulos formados por ela são semelhantes**.

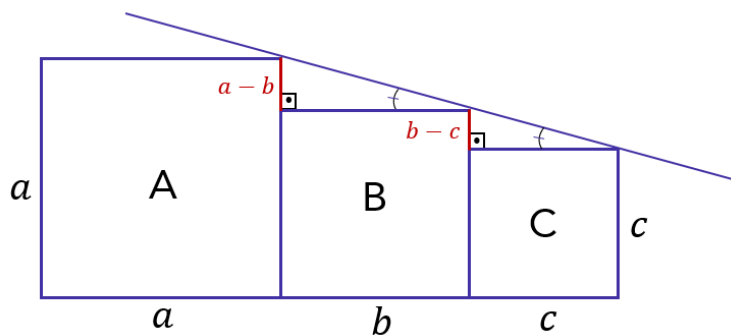


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Agora, podemos **usar semelhança de triângulos** para encontrar uma relação entre os lados.

$$\frac{a - b}{b} = \frac{b - c}{c}$$

Fazendo **meio pelos extremos**, ficamos com:

$$b^2 - bc = ac - bc \quad \rightarrow \quad b^2 = ac \quad \rightarrow \quad A_B = b^2 = ac$$

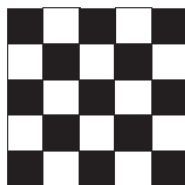
Pessoal, observe que encontramos direto **o valor da área de B**. Logo, para encontrarmos a resposta da questão, basta substituímos os valores.

$$A_B = 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \quad \rightarrow \quad A_B = 12 \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA C.

CESGRANRIO

8. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) A Figura mostra um tabuleiro 5x5, composto por 25 quadradinhos idênticos. A área total do tabuleiro é de 500 cm².



A soma das áreas, em cm², de todos os quadradinhos escuros desse tabuleiro é igual a

- A) 240
- B) 250
- C) 260
- D) 270
- E) 280

Comentários:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Pessoal, questão para aquecermos! **São 25 quadradinhos, todos idênticos.** Como **a área total do tabuleiro é de 500 m²**, para encontrarmos a área de um único quadradinho, basta dividirmos essa área total pela quantidade de quadradinhos. Assim,

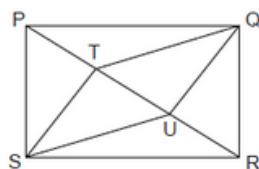
$$\text{Área de 1 quadradinho} = \frac{500}{25} \rightarrow \text{Área de 1 quadradinho} = 20 \text{ cm}^2$$

Se contarmos a quantidade de quadradinhos escuros, **encontramos 13**. Logo, **a soma** das áreas de todos os quadradinhos escuros é dada por:

$$S = 13 \cdot 20 \rightarrow S = 260 \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA C.

9. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Em um retângulo de lados $PQ = 12 \text{ cm}$ e $QR = 9 \text{ cm}$, os pontos T e U dividem a diagonal em três segmentos iguais, como ilustrado na Figura abaixo.



A área do quadrilátero STQU, em cm², é igual a

- A) 108
- B) 72
- C) 54
- D) 48
- E) 36

Comentários:

Vamos bem com calma. A primeira informação que precisamos é saber a diagonal. Afinal, ela é quem está sendo dividida em três pedaços iguais. Para encontrá-la, é importante percebermos o seguinte:

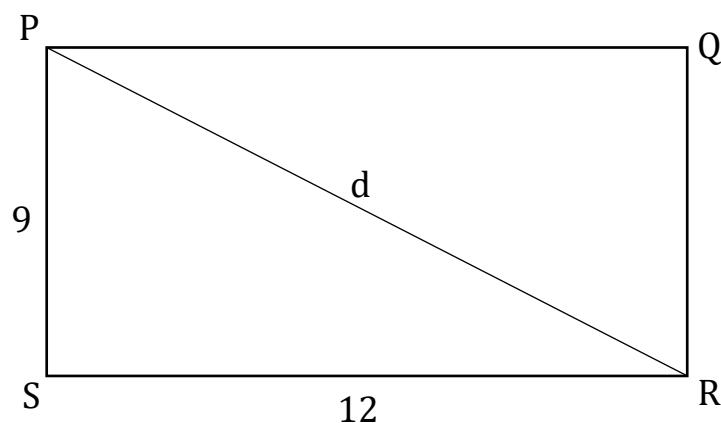


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



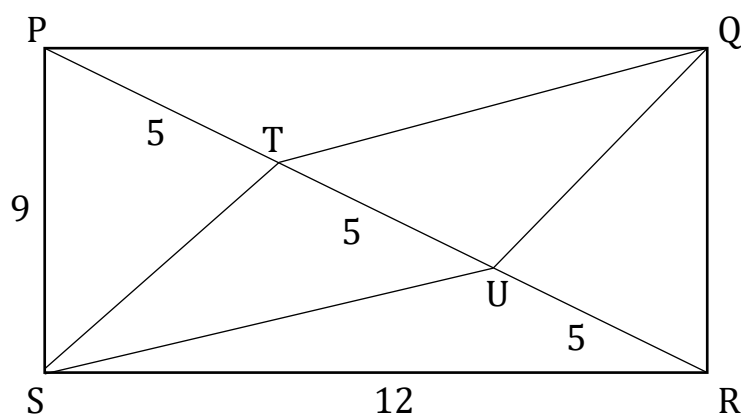
APONTE SUA CAMERA



Observe que a diagonal é a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 12 e 9. Vamos aplicar o Teorema de Pitágoras para determiná-la.

$$d^2 = 12^2 + 9^2 \rightarrow d^2 = 144 + 81 \rightarrow d^2 = 225 \rightarrow d = 15$$

Como os pontos T e U dividem a diagonal em três segmentos iguais, cada segmento medirá 5 cm. Veja.



Qual vai ser nossa estratégia para determinar a área do quadrilátero STQU? Primeiramente, determinaremos a área do quadrilátero PQSR. Como estamos diante de um retângulo, basta multiplicarmos os lados, observe:

$$S_{PQRS} = 9 \cdot 12 \rightarrow S_{PQRS} = 108 \text{ cm}^2$$

Sabemos a área total do retângulo, para determinar a área do quadrilátero SQTU, devemos subtrair da área total, a área dos seguintes triângulos:

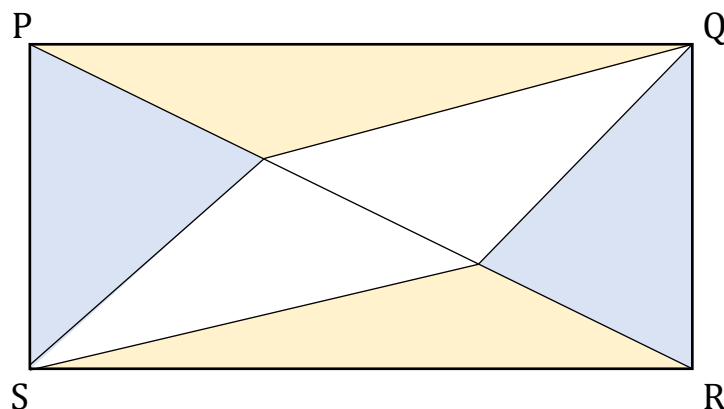


ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

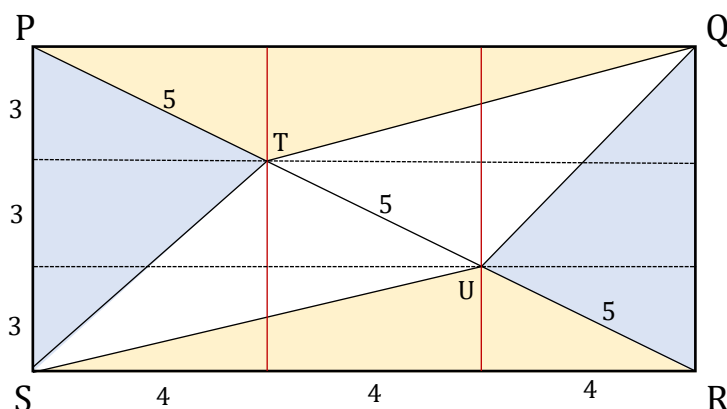
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Perceba que são **dois triângulos beges iguais** e **dois triângulos azuis**, também iguais. Você deve estar se perguntando como faremos para encontrar essas áreas. Para isso, precisaremos riscar um pouco essa figura.



Não se assuste! Tente ver que quando dividimos as diagonais em segmentos iguais, as horizontais e verticais que passam pelos pontos T e U **dividirão os lados do triângulo também em partes iguais**. Um jeito de perceber isso é por meio dos **triângulos retângulos de hipotenusas iguais a 5**. Com eles, podemos lembrar do triângulo retângulo pitagórico de catetos 3 e 4.

Com isso em mente, podemos concluir que **a altura do triângulo bege é igual a 3** e **a altura do triângulo azul é igual a 4**. Logo, é possível calcularmos as áreas.

$$S_{\text{triângulo bege}} = \frac{12 \cdot 3}{2} \rightarrow S_{\text{triângulo bege}} = 18 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{triângulo azul}} = \frac{9 \cdot 4}{2} \rightarrow S_{\text{triângulo azul}} = 18 \text{ cm}^2$$

Agora, para determinarmos **a área do quadrilátero STQU**, devemos fazer:

$$S_{\text{STQU}} = S_{\text{PQRS}} - 2S_{\text{bege}} - 2S_{\text{azul}} \rightarrow S_{\text{STQU}} = 108 - 36 - 36 \rightarrow S_{\text{STQU}} = 36 \text{ cm}^2$$



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

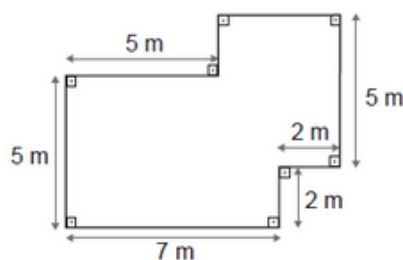
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Gabarito: LETRA E.

10. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) A planta baixa do estoque de uma empresa está representada pela Figura abaixo. Todas as medidas indicadas estão na unidade metro, e todos os ângulos indicados na Figura são retos.

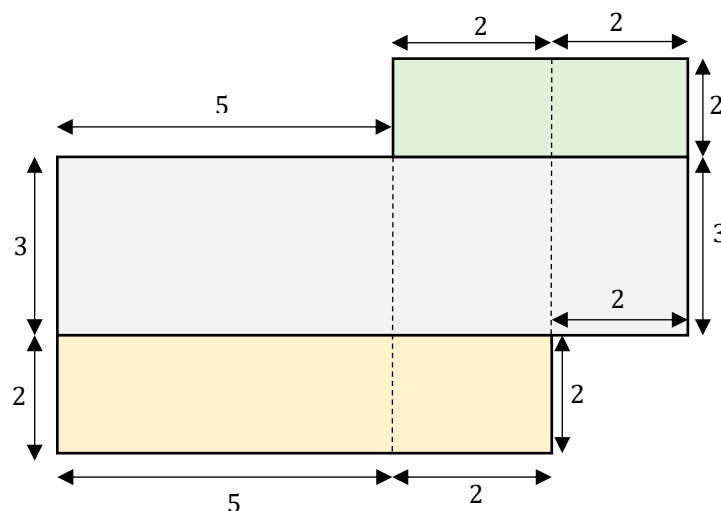


A medida da área do estoque, em metros quadrados, é

- A) 32
- B) 45
- C) 49
- D) 55
- E) 63

Comentários:

Para calcularmos a **área do estoque**, devemos dividir a planta da seguinte forma:



Calcularemos a **área de cada um dos retângulos destacados**. Note também que dividi algumas medidas para facilitar a visualização dos lados de cada um desses triângulos.

$$S_{\text{verde}} = 4 \cdot 2 \rightarrow S_{\text{verde}} = 8 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{cinza}} = 3 \cdot 9 \rightarrow S_{\text{cinza}} = 27 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{bege}} = 7 \cdot 2 \rightarrow S_{\text{bege}} = 14 \text{ m}^2$$



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Logo, a área do estoque é dada por:

$$S_{\text{estoque}} = S_{\text{verde}} + S_{\text{cinza}} + S_{\text{bege}} \rightarrow S_{\text{estoque}} = 8 + 27 + 14 \rightarrow S_{\text{estoque}} = 49 \text{ m}^2$$

Gabarito: LETRA C.

Outras Bancas

11. (IBFC/IBGE/2022) Ao analisar a cobertura territorial sobre sua responsabilidade, o coordenador riscou no mapa um retângulo de modo que representasse a maior área possível da região a ser trabalhada por sua equipe. Se as medidas dos lados desse retângulo são 4,5 cm e 6 cm, então a medida da área desse retângulo, em m^2 é igual a:

- A) 0,27
- B) 0,027
- C) 0,0027
- D) 2,7
- E) 0,000027

Comentários:

Atenção aqui, pessoal. A questão pede a área em m^2 e os lados do retângulo estão em centímetros. Logo, o primeiro passo é **transformar "cm" em "m"**. Para isso, basta dividir esses valores por 100.

$$a = 4,5 \text{ cm} = 0,045 \text{ m}$$

$$b = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

A área de um retângulo é calculada pelo **produto dos lados**. Logo,

$$A = ab \rightarrow A = 0,045 \cdot 0,06 \rightarrow \boxed{A = 0,0027 \text{ m}^2}$$

Gabarito: LETRA C.

12. (NUCEPI UESPI/PM-PI/2022) Durante uma manifestação na Avenida Frei Serafim em Teresina, os soldados Emanuel, Fábio e Gilson foram designados para acompanhar o evento. Quando retornaram ao quartel, o comandante indagou sobre o número de pessoas que participaram da manifestação. Emanuel informou que foi ocupada uma faixa retangular da Avenida, medindo 14 m por 176 m, pelos manifestantes. Fábio disse que, em média, havia 4 pessoas por metro quadrado. Por sua vez, Gilson fez as contas e informou ao comandante, de maneira correta, o número total de manifestantes. O número informado por Gilson foi de aproximadamente

- A) 12.000 pessoas.
- B) 11.000 pessoas.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- C) 10.000 pessoas.
D) 9.000 pessoas.
E) 8.000 pessoas.

Comentários:

Note que a área ocupada foi uma **faixa retangular medindo 14 m por 176 m**. Sabemos que a área de um retângulo é dada pelo produto dos lados. Sendo assim,

$$A = 14 \cdot 176 \rightarrow A = 2464 \text{ m}^2$$

Para determinar o total de pessoas, devemos **multiplicar a área pela quantidade de pessoas por m²**.

$$\text{Total de Pessoas} = 2464 \cdot 4 \rightarrow \boxed{\text{Total de Pessoas} = 9856}$$

Note que a alternativa que mais se aproxima do nosso resultado é a C.

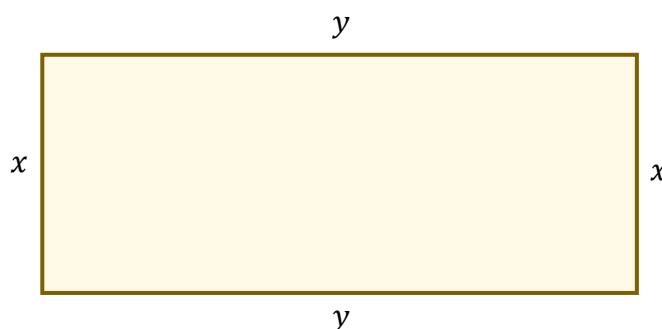
Gabarito: LETRA C.

13. (AOCP/CM BAURU/2022) João, servidor da Câmara, possui um sítio que usa para descanso aos fins de semana. Ele pretende construir um galinheiro no sítio. Para isso, deseja utilizar um rolo com 200 metros de tela que ele já possui. Se a forma que João escolheu é a retangular e ele usará a tela em todos os lados do retângulo, qual é a área máxima que o galinheiro pode ter?

- A) 1.600 m²
B) 2.000 m²
C) 2.400 m²
D) 2.500 m²
E) 2.700 m²

Comentários:

Questão bem legal! Vamos desenhar um pouco.



Observe que **o perímetro desse retângulo deve totalizar a quantidade de tela** que João tem disponível.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$2x + 2y = 200 \rightarrow x + y = 100 \quad (1)$$

A área desse retângulo é dada por:

$$A = xy \quad (2)$$

Vamos isolar "x" em (1) e substituir em (2):

$$A = x(100 - x) \rightarrow A = 100x - x^2$$

Note que **A é uma função de segundo grau em "x"**. Se você já estudou funções, sabe que o valor máximo (ou mínimo) dessa função acontece no **"x" do vértice**.

$$x_v = -\frac{b}{2a} \rightarrow x_v = -\frac{100}{2 \cdot (-1)} \rightarrow x_v = 50$$

Ou seja, **para que a área seja máxima, x deve ser igual a 50**. Quando usamos esse valor em (1), determinamos que **"y" também deve ser igual a 50**. Com os valores de "x" e "y", podemos encontrar a área máxima.

$$A_{max} = 50 \cdot 50 \rightarrow \boxed{A_{max} = 2500 \text{ m}^2}$$

Gabarito: LETRA D.

Vunesp

14. (VUNESP/ALESP/2022) Um terreno retangular tem o lado maior com 5 metros a mais que o lado menor. A prefeitura exige que haja um recuo em cada lado para realizar construções. Realizando os recuos obrigatórios, o proprietário perde 75 m² da área do terreno para a construção da casa. Essa perda corresponde à décima parte da área total do terreno. Com essas informações, é correto afirmar que a medida do contorno desse terreno é, em metros, igual a

- A) 110
- B) 105
- C) 120
- D) 115
- E) 100

Comentários:

Vamos desenhar um pouco.

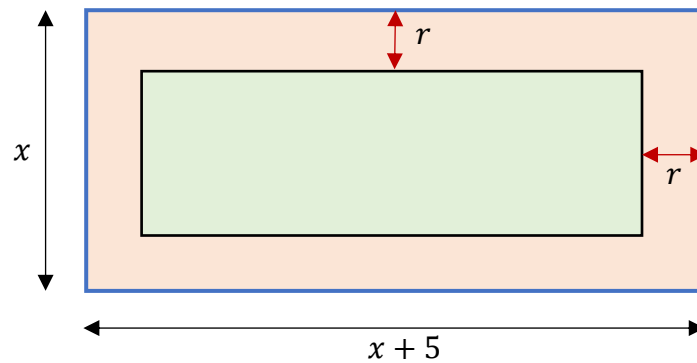


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcursos>



APONTE SUA CAMERA



Agora, vamos analisar as informações do enunciado!

- O lado maior do retângulo tem 5 metros a mais do que o lado menor. Por esse motivo, **os lados do retângulo são "x" e "x+5"**.

- A prefeitura exige um recuo. Chamamos esse recuo de "r".

A área em "bege" é a área perdida do terreno, **valendo 75 m²**.

Com essas informações, já podemos concluir algumas coisas.

- Como essa perda equivale à décima parte da área do terreno, então **a área total é 750 m²**. Sendo assim,

$$x(x + 5) = 750 \quad \rightarrow \quad x^2 + 5x - 750 = 0$$

É uma equação de segundo grau. Vamos usar **Bhaskara** para resolvê-la.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-750) \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 + 3000 \quad \rightarrow \quad \Delta = 3025$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{3025}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-5 \pm 55}{2}$$

$$x' = \frac{-5 + 55}{2} \quad \rightarrow \quad x' = \frac{50}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{x' = 25}$$

$$x'' = \frac{-5 - 55}{2} \quad \rightarrow \quad x'' = \frac{-60}{2} \quad \rightarrow \quad x'' = -30$$



Como estamos trabalhando com medidas, **o valor negativo não faz sentido para nós**, apenas o positivo. Assim, $x = 25$. Como o outro lado do retângulo é **5 metros maior**, $x + 5 = 30$. A questão pede o valor do perímetro (contorno) desse terreno. Com isso:

$$\text{perímetro} = 30 + 30 + 25 + 25 \rightarrow \text{perímetro} = 60 + 50 \rightarrow \boxed{\text{perímetro} = 110 \text{ m}}$$

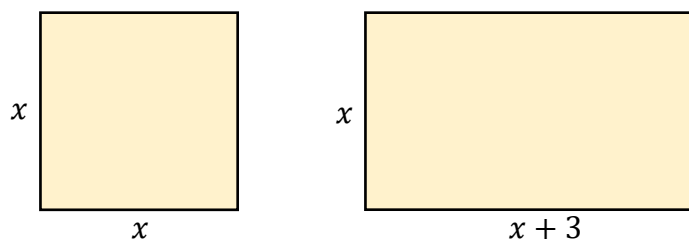
Gabarito: LETRA A.

15. (VUNESP/ALESP/2022) Comprei um terreno quadrado e em seguida comprei outro, retangular, cuja largura é igual ao lado do terreno quadrado, e o comprimento tem 3 metros a mais que a largura. Sabendo que a área total dos dois terrenos é de 324 m^2 , a diferença entre as áreas desses dois terrenos é, em metros quadrados, igual a

- A) 38
- B) 42
- C) 40
- D) 44
- E) 36

Comentários:

Opa, vamos desenhar mais um pouco!



Temos dois terrenos, um quadrado e outro retângulo. As medidas de cada um estão na figura acima.

Como **a soma das áreas dos terrenos é igual a 324**, podemos escrever:

$$A_q + A_r = 324 \rightarrow x^2 + x(x + 3) = 324$$

Desenvolvendo um pouco,

$$2x^2 + 3x - 324 = 0$$

É uma equação de segundo grau. Vamos usar **Bhaskara** para resolvê-la.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-324) \rightarrow \Delta = 9 + 2592 \rightarrow \Delta = 2601$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



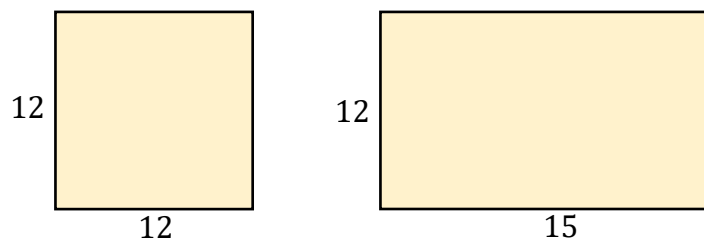
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{2601}}{2 \cdot 2} \rightarrow x = \frac{-3 \pm 51}{4}$$

$$x' = \frac{-3 + 51}{4} \rightarrow x' = \frac{48}{4} \rightarrow \boxed{x' = 12}$$

$$x'' = \frac{-3 - 51}{4} \rightarrow x'' = \frac{-54}{4} \rightarrow x'' = -13,5$$

O resultado negativo não importa para nós! O motivo disso é o fato de que estamos trabalhando com medidas. Naturalmente, **elas são valores positivos**. Portanto, ficamos com a seguinte situação:



- Área do Quadrado:

$$A_q = 12^2 \rightarrow A_q = 144 \text{ m}^2$$

- Área do Retângulo:

$$A_r = 12 \cdot 15 \rightarrow A_r = 180 \text{ m}^2$$

A questão pede a diferença entre essas duas áreas.

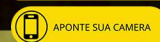
$$\text{Dif} = 180 - 144 \rightarrow \boxed{\text{Dif} = 36 \text{ m}^2}$$

Gabarito: LETRA E.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

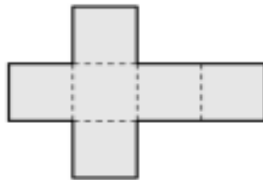


QUESTÕES COMENTADAS

Polígonos

FGV

1. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) O polígono da figura abaixo foi feito com a reunião de quadrados iguais.



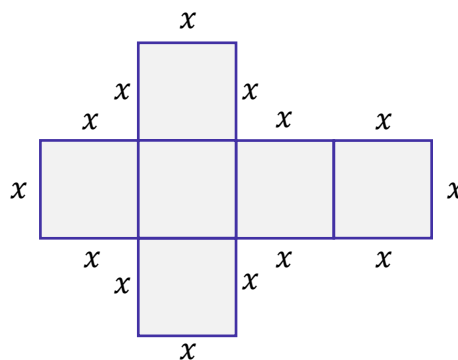
O perímetro do polígono é igual a 112 cm. A área desse polígono em cm^2 é igual a

- a) 256.
- b) 294.
- c) 320.
- d) 384.
- e) 396.

Comentários:

Sabemos que o perímetro de uma figura plana é **a soma de todos os seus lados**.

Observe que o polígono da questão é **formado por 6 (seis) quadrados**, cada um com lado “x”.



Sendo assim, vamos somar todos esses lados e **igualar a 112**.

$$14x = 112 \quad \rightarrow \quad x = \frac{112}{14} \quad \rightarrow \quad x = 8$$

ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

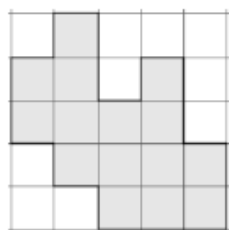


A figura é formada por 6 (seis) quadrados. Cada quadrado tem área igual a x^2 . Logo, a área (S) total da figura é dada por:

$$S = 6x^2 \rightarrow S = 6 \cdot 8^2 \rightarrow S = 6 \cdot 64 \rightarrow \boxed{S = 384 \text{ cm}^2}$$

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/SEFAZ-AM/2022) A figura abaixo mostra um polígono sombreado desenhado sobre um quadriculado (papel coberto com linhas horizontais e verticais formando pequenos quadrados iguais).

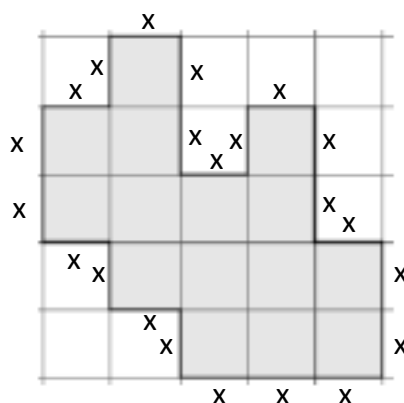


O perímetro do polígono é de 132 cm. A área desse polígono, em cm^2 , é igual a

- A) 468
- B) 504
- C) 540
- D) 576
- E) 612

Comentários:

Pessoal, a FGV parece estar gostando bastante dessas questões. Para resolvê-la, **temos que contar os quadrados na mão mesmo!** Note que o enunciado forneceu o perímetro. Com esse valor, conseguimos determinar o lado de cada quadradinho. Por sua vez, com o lado, conseguimos achar a área do quadrado e, por fim, do polígono. Veja só!



Lembre-se que o perímetro é a soma das medidas de todos os lados do polígono. Assim, da figura acima:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$22x = 132 \quad \rightarrow \quad x = \frac{132}{22} \quad \rightarrow \quad x = 6$$

Pronto! Descobrimos o lado do quadradinho. Para calcular sua área, basta elevar esse valor ao quadrado.

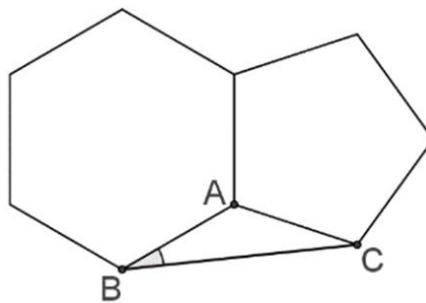
$$A_q = 6^2 \quad \rightarrow \quad A_q = 36$$

Observe que **o polígono da questão é formado por 15 quadradinhos**. Portanto, sua área é dada por:

$$A_p = 15A_q \quad \rightarrow \quad A_p = 15 \cdot 36 \quad \rightarrow \quad \boxed{A_p = 540}$$

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/IMBEL/2021) A figura a seguir mostra dois polígonos regulares com um lado comum.

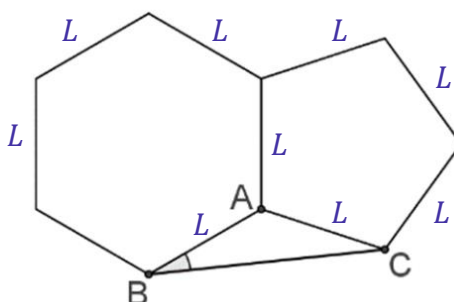


O ângulo ABC, assinalado na figura mede

- A) 16°
- B) 18°
- C) 20°
- D) 22°
- E) 24°

Comentários:

O primeiro passo é notar que os polígonos são regulares e possuem um mesmo lado em comum! Com isso, esses dois polígonos **possuem todos os seus lados iguais**! Vamos chamar esse lado de L.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Perceber isso é importante pois assim vemos que **o triângulo ABC é um triângulo isósceles**. Isso implica que os ângulos $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ACB}$ são iguais. Agora, precisamos saber **quanto vale cada um dos ângulos internos** do hexágono e do pentágono. A soma dos ângulos internos de um polígono de "n" lados é dada por:

$$S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

- Para o hexágono (n=6).

$$S_6 = (6 - 2) \cdot 180^\circ \rightarrow S_6 = 4 \cdot 180^\circ \rightarrow S_6 = 720^\circ$$

Como **o hexágono é regular**, então todos os seus ângulos internos são iguais a:

$$\alpha = \frac{720^\circ}{6} \rightarrow \alpha = 120^\circ$$

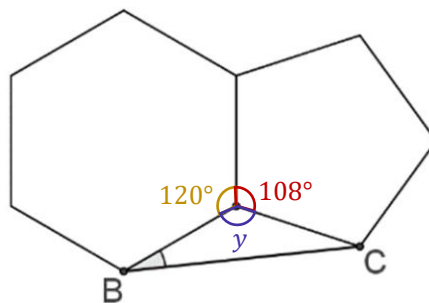
- Para o pentágono (n=5).

$$S_5 = (5 - 2) \cdot 180^\circ \rightarrow S_5 = 3 \cdot 180^\circ \rightarrow S_5 = 540^\circ$$

Como **o pentágono é regular**, então todos os seus ângulos internos são iguais a:

$$\beta = \frac{540^\circ}{5} \rightarrow \beta = 108^\circ$$

De posse dessas informações, podemos complementar nossa figura.



Note que **a soma dos ângulos no círculo acima deve totalizar os 360°**. Sendo assim:

$$120^\circ + 108^\circ + y = 360^\circ \rightarrow 228^\circ + y = 360^\circ \rightarrow y = 360^\circ - 228^\circ \rightarrow y = 132^\circ$$

Por fim, sabemos que **a soma dos ângulos em um triângulo é 180°**. Logo,

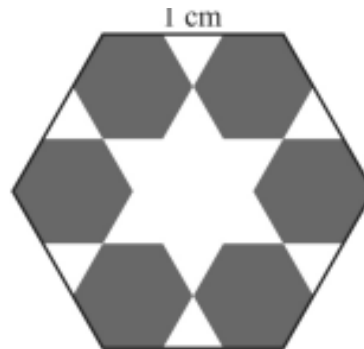
$$x + x + y = 180^\circ \rightarrow 2x + 132^\circ = 180^\circ \rightarrow 2x = 48^\circ \rightarrow \boxed{x = 24^\circ}$$



Gabarito: LETRA E.

CEBRASPE

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) A figura a seguir ilustra a primeira etapa de um processo recursivo que, a partir de um hexágono regular em que os lados medem 1 cm de comprimento, constroem-se 6 novos hexágonos regulares.



Nesse processo, os lados do hexágono externo são divididos em 3 partes iguais e, conforme mostra a figura, são construídos outros 6 hexágonos regulares; em cada um deles, o comprimento dos lados é igual a $\frac{1}{3}$. Na segunda etapa, dividem-se os lados desses 6 novos hexágonos em 3 partes iguais, e constroem-se, de maneira semelhante à primeira etapa, outros 36 hexágonos regulares. Esse processo pode seguir indefinidamente.

Nessa situação, sabendo-se que, se o comprimento dos lados de um hexágono regular for igual a L cm, a área desse hexágono será igual a $\frac{3\sqrt{3}}{2} L^2$ cm² é correto concluir que a soma das áreas dos hexágonos obtidos na 5.^a etapa do processo recursivo descrito é igual a

- A) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \sqrt{3}$ cm²
- B) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \sqrt{3}$ cm²
- C) $\left(\frac{3}{2}\right)^5 \times \sqrt{3}$ cm²
- D) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \sqrt{3}$ cm²
- E) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \sqrt{3}$ cm²

Comentários:

Vamos lá. É interessante perceber que começamos com **um hexágono de 1 cm de comprimento**. À medida que o processo segue, os novos hexágonos possuem lado $\frac{1}{3}$ do hexágono de origem. Devemos descrever as etapas.

ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

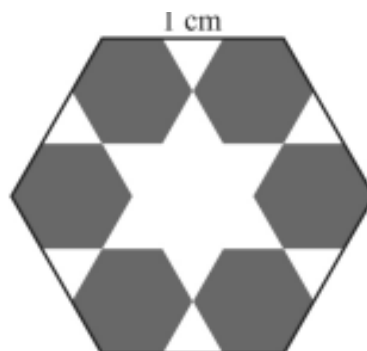
<https://t.me/cursosparaconcurso>



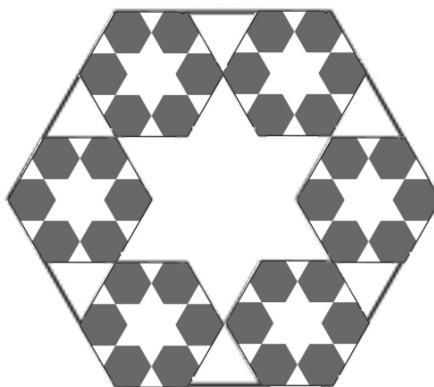
APONTE SUA CAMERA



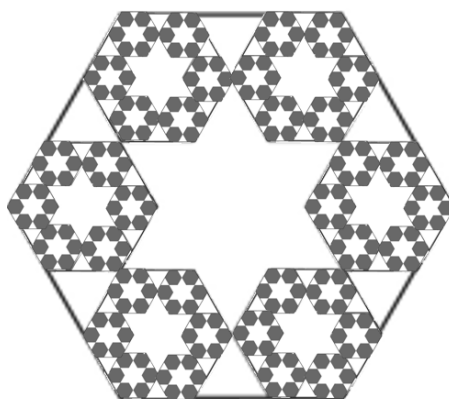
- **Etapa 0:** Tínhamos um grande hexágono de lado igual a 1 cm.
- **Etapa 1:** Dentro do hexágono, desenhemos **6 mini hexágonos**, cada um com lado igual a $1/3$ cm.



- **Etapa 2:** Dentro de cada mini hexágono desenhado anteriormente, desenhemos hexágonos ainda menores. **Eles possuem lado igual a um terço do lado do "original"**, ou seja, $1/9$ cm. Como tínhamos 6 hexágonos anteriormente e cada hexágono cabe mais 6 mini hexágonos, ficaremos então com 36 deles.

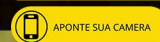


- **Etapa 3:** Repetimos o processo. Tínhamos 36 mini hexágonos, desenharemos mais 6 em cada um deles. Ficaremos então com $36 \cdot 6 = 216$. O lado deles será um terço do de origem, assim, $1/27$ cm.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



- **Etapa 4:** Dentro de cada um dos 216 mini hexágonos, desenharemos mais 6. Ficaremos com $216 \cdot 6 = 1296$. O lado deles será $1/81$ cm.
- **Etapa 5:** Teremos $1296 \cdot 6 = 7776$ mini hexágonos. O lado será igual a um terço de $1/81$, isto é, $1/243$ cm.

O enunciado fala que **a área de um hexágono** é dada pela fórmula:

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} L^2$$

Logo, sabendo que o mini hexágono que obtemos com a 5ª etapa tem lado $1/243 = 1/3^5$ cm, podemos encontrar sua área.

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{3^5}\right)^2 \rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3^9} \text{ cm}^2$$

No entanto, **essa área é de apenas um único mini hexágono**. Na 5ª etapa, temos $7776 = 6^5$ deles. Assim,

$$A_T = 6^5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3^9} \rightarrow A_T = (2^5 \cdot 3^5) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3^9} \rightarrow A_T = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Gabarito: LETRA A.

5. (CESPE/FUB/2018) A figura a seguir mostra uma mesa em que o tampo é um hexágono regular cujo lado mede 80 cm.



Julgue o item que se segue, a respeito da geometria do tampo dessa mesa.

A distância entre dois lados paralelos do tampo da mesa é superior a 1,3 m.

Comentários:

Em outras palavras, o item quer saber a distância representada pela linha pontilhada no desenho abaixo:

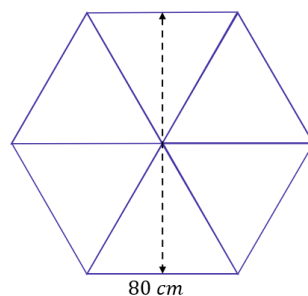


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

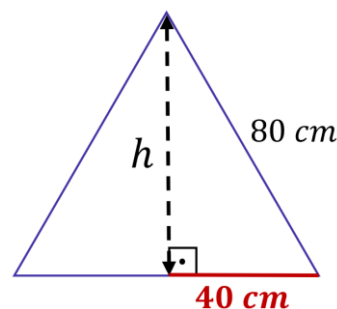
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA



Lembre-se que **um hexágono regular é formado por 6 triângulos equiláteros**. Assim, a distância entre dois lados paralelos é igual ao **dobro da altura de um desses triângulos**. Acompanhe o esquema.



Observe que podemos utilizar o **teorema de Pitágoras** para determinar a altura h .

$$80^2 = h^2 + 40^2 \rightarrow h^2 = 6400 - 1600 \rightarrow h^2 = 4800 \rightarrow h = 40\sqrt{3} \text{ cm}$$

Descobrimos a altura do triângulo. No entanto, a distância entre os lados paralelos é duas vezes esse valor.

$$d = 2 \cdot h \rightarrow d = 2 \cdot 40\sqrt{3} \rightarrow d = 80\sqrt{3} \text{ cm}$$

Pessoal, uma das poucas raízes que **devemos lembrar o valor aproximado** é a $\sqrt{3}$. Guarde com você que:

$$\sqrt{3} \cong 1,73$$

Assim, quando usamos esse valor para calcular d , ficamos com:

$$d \cong 138,4 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad d \cong 1,384 \text{ m}$$

Repare que o item afirma que **a distância é superior a 1,3 metros**. Logo, está correto.

Gabarito: CERTO.

Outras Bancas



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

6. (AOCP/SED-MS/2022) Considere os seguintes polígonos, todos de mesmo perímetro: triângulo equilátero, quadrado e hexágono regular. Sendo A_1 a área do triângulo equilátero, A_2 a área do quadrado e A_3 a área do hexágono, o valor de $\frac{A_1+A_3}{A_2}$ é:

- A) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$
- B) $\frac{5\sqrt{2}}{9}$
- C) $\frac{10\sqrt{3}}{9}$
- D) $\frac{10\sqrt{2}}{9}$
- E) 10

Comentários:

Vamos lá! As áreas de cada um dos polígonos citados são as seguintes:

- Triângulo Equilátero:

$$A_1 = \frac{L_1^2 \sqrt{3}}{4}$$

L_1 é o lado do triângulo.

- Quadrado:

$$A_2 = L_2^2$$

L_2 é o lado do quadrado.

- Hexágono Regular:

$$A_3 = \frac{3L_3^2 \sqrt{3}}{2}$$

L_3 é o lado do hexágono.

O enunciado nos diz que **todos os polígonos possuem o mesmo perímetro**. Vamos chamá-lo de P . Lembre-se que o perímetro nada mais é que **a soma de todos os lados do polígono**.

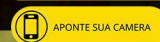
- Para o triângulo equilátero:

$$P = 3L_1 \quad \rightarrow \quad L_1 = \frac{P}{3}$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



- Para o quadrado:

$$P = 4L_2 \quad \rightarrow \quad L_2 = \frac{P}{4}$$

- Para o hexágono regular:

$$P = 6L_3 \quad \rightarrow \quad L_3 = \frac{P}{6}$$

Com os lados em função do perímetro, podemos reescrever as fórmulas das áreas.

- Triângulo Equilátero:

$$A_1 = \frac{L_1^2 \sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad A_1 = \frac{\left(\frac{P}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad \boxed{A_1 = \frac{P^2 \sqrt{3}}{36}}$$

- Quadrado:

$$A_2 = L_2^2 \quad \rightarrow \quad A_2 = \left(\frac{P}{4}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{A_2 = \frac{P^2}{16}}$$

- Hexágono Regular:

$$A_3 = \frac{3L_3^2 \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad A_3 = \frac{3\left(\frac{P}{6}\right)^2 \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{A_3 = \frac{3P^2 \sqrt{3}}{72}}$$

Pronto! Todas as áreas estão em função de P. Agora, vamos calcular **a razão que o enunciado pediu**.

$$k = \frac{A_1 + A_3}{A_2} \quad \rightarrow \quad k = \frac{\frac{P^2 \sqrt{3}}{36} + \frac{3P^2 \sqrt{3}}{72}}{\frac{P^2}{16}} \quad \rightarrow \quad k = \frac{\frac{5P^2 \sqrt{3}}{72}}{\frac{P^2}{16}} \quad \rightarrow \quad k = \frac{80\sqrt{3}}{72}$$

Vamos **simplificar a fração por 8**.

$$\boxed{k = \frac{10\sqrt{3}}{9}}$$

Gabarito: LETRA C.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

7. (RBO/ISS-BH/2022) A partir do conceito: “Dado um polígono convexo qualquer, diagonal é o segmento que une dois vértices não consecutivos”. Assim, um triângulo não possui diagonais, pois, como só possui três vértices, não é possível unir dois vértices não consecutivos, o quadrado possui duas diagonais e partir de um dos vértices, encontramos, apenas um outro vértice não consecutivo, enquanto, que no pentágono convexo temos 5 diagonais, e nesse polígono encontramos a partir de um vértice, dois outros vértices não consecutivos. A partir dessas informações, monta-se a tabela a seguir.

Nome do Polígono	Número de lados	Número de diagonais	A partir de um dos vértices, o número de vértices não consecutivos
Triângulo	3	0	0
Quadrado	4	2	1
Pentágono	5	5	2
Hexágono	6	9	3
Heptágono	7	14	4

Verifica-se que existe uma certa regularidade entre o número de lados, número de diagonais e o número de vértices não consecutivos contados a partir de um dos vértices. Então, o número de diagonais de um polígono convexo que possui 102 lados é igual a

- A) 4.852.
- B) 4.947.
- C) 4.998.
- D) 5.049.
- E) 5.100.

Comentários:

Pessoal, o **número de diagonais** de um polígono convexo de "n" lados é dado pela seguinte relação:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

O enunciado quer o número de diagonais de um polígono com **102 lados**. Assim,

$$d = \frac{102 \cdot (102 - 3)}{2} \rightarrow d = \frac{102 \cdot 99}{2} \rightarrow d = 51 \cdot 99 \rightarrow \boxed{d = 5.049}$$

Gabarito: LETRA D.

8. (UNIRV/PREF. RIO VERDE/2022) A figura representa um pentágono regular com centro no ponto C. A porcentagem sombreada no interior desse pentágono é

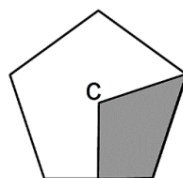


ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



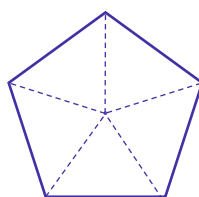
APONTE SUA CAMERA



- A) 20%
- B) 25%
- C) 30%
- D) 40%

Comentários:

Pessoal, vamos dar uma olhada melhor no pentágono regular.

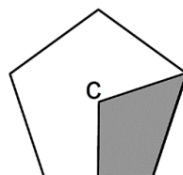


Note que podemos considerar **a área de um pentágono como a soma da área desses 5 triângulos**. Como o pentágono é regular, então **as áreas desses triângulos são iguais**. Desse modo, podemos escrever:

$$A_p = 5A_T$$

Em que A_T é a área de **1 triângulo** desse dentro do pentágono.

Agora, visualize novamente a imagem da questão.



Observe que a área hachurada é exatamente **a área de 1 triângulo mais a metade do triângulo vizinho**. Com isso, podemos escrever que:

$$A_h = 1,5A_T$$

Para determinar a porcentagem, fazemos:

$$\frac{A_h}{A_p} = \frac{1,5A_t}{5A_t} \rightarrow \frac{A_h}{A_p} = \frac{1,5}{5} \rightarrow \boxed{\frac{A_h}{A_p} = 0,3}$$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Logo, a área hachurada corresponde a **30% da área total**.

Gabarito: LETRA C.

9. (IBFC/TCM-RJ/2016) Sabe-se que a soma dos ângulos internos de um polígono é igual a 1260° . Se esse polígono é regular, então cada ângulo externo desse polígono é igual a:

- A) 140°
- B) 40°
- C) 126°
- D) 54°

Comentários:

Vamos lá! Lembre-se que a **soma dos ângulos internos** de um polígono é dada pela fórmula:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Como o enunciado já nos forneceu que **$S_i = 1260^\circ$** , então podemos usar a fórmula acima para encontrar o número de lados "n" desse polígono.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 1260^\circ$$

$$n - 2 = 7$$

$$n = 9$$

Pronto! Descobrimos que **o polígono da questão possui 9 lados**. Como estamos lidando com um polígono regular, **todos os seus ângulos internos são iguais**. Assim, para encontrar o valor desse ângulo interno é suficiente fazermos:

$$i = \frac{S_i}{9} \quad \rightarrow \quad i = \frac{1260^\circ}{9} \quad \rightarrow \quad i = 140^\circ$$

Com o valor do **ângulo interno**, encontramos o ângulo externo, pois sabemos que são suplementares.

$$i + e = 180^\circ \quad \rightarrow \quad e = 180^\circ - 140^\circ \quad \rightarrow \quad \boxed{e = 40^\circ}$$

Gabarito: LETRA B.

10. (QUADRIX/CRB 6/2014 - adaptada) Sabendo-se que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° e que a soma dos ângulos internos do quadrilátero é 360° , qual é a soma dos ângulos internos de um polígono de 20 lados?



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- A) 3010°
- B) 3240°
- C) 3000°
- D) 2550°
- E) 2000°

Comentários:

Essa questão exige a aplicação direta da fórmula que vimos na teoria.

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Estamos interessados na **soma dos ângulos internos** de um polígono de 20 lados ($n = 20$).

$$S_i = (20 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 18 \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 3240^\circ$$

Gabarito: LETRA B.

11. (CONSULPLAN/PREF. MACAÍBA/2022) Em um undecágono regular, polígono de 11 lados, nenhuma de suas diagonais passa pelo seu centro, pois o seu número de lados é ímpar. Dessa forma, qual é o número total de diagonais desse polígono?

- A) 33
- B) 44
- C) 55
- D) 66

Comentários:

Questão para treinarmos a fórmula do número de diagonais.

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Como queremos saber o número de diagonais de um polígono de 11 lados ($n = 11$):

$$d = \frac{11 \cdot 8}{2} \rightarrow d = 44$$

Gabarito: LETRA B.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

12. (QUADRIX/CRB 6/2014) Quantas diagonais tem um polígono de 15 lados, sabendo-se que diagonal é o segmento de reta que une dois lados não consecutivos de um polígono?

- A) 90
- B) 40
- C) 180
- D) 100
- E) 80

Comentários:

A última sobre diagonais! Essas são para fixar mesmo!

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Queremos o número de diagonais de um polígono de 15 lados ($n = 15$).

$$d = \frac{15 \cdot 12}{2} \rightarrow \boxed{d = 90}$$

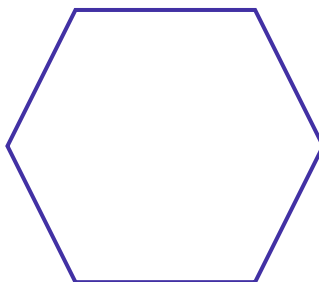
Gabarito: LETRA A.

13. (FUNDATEC/PREF. VACARIA/2021) Um hexágono regular de perímetro 18 tem a área de:

- A) $9\sqrt{3}$
- B) $18\sqrt{3}$
- C) $23\sqrt{3}/2$.
- D) $25\sqrt{3}/2$
- E) $27\sqrt{3}/2$

Comentários:

Vamos lembrar da "cara" de um **hexágono regular**:



O hexágono regular possui **todos os seus seis lados iguais**. Sendo assim, seu perímetro é:

$$2p = 6L$$

ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

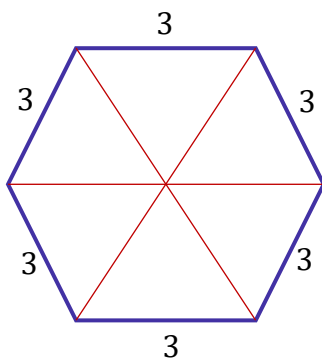


Em que "L" é o lado do hexágono.

O enunciado afirma que **o hexágono tem perímetro igual a 18**. Logo:

$$6L = 18 \quad \rightarrow \quad L = 3$$

Vamos desenhar novamente o hexágono, agora com detalhes a mais!



Observe que o hexágono regular pode ser visto como a **união de 6 triângulos equiláteros**. Sendo assim, sua área pode ser calculada **a partir da área de um triângulo equilátero**, mas multiplicada por 6.

$$A_{hex} = 6A_t \quad \rightarrow \quad A_{hex} = 6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad A_{hex} = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$$

Pronto! Agora, é só **substituir o valor de "L"** que encontramos.

$$A_{hex} = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{A_{hex} = \frac{27\sqrt{3}}{2}}$$

Gabarito: LETRA E.

14. (DIRENS/EEAR/2020) A diferença entre as medidas de um ângulo interno de um dodecágono regular e de um ângulo interno de um octógono também regular é

- A) 15°
- B) 25°
- C) 30°
- D) 40°

Comentários:

Um **dodecágono regular possui 12 lados**. Sendo assim, a soma dos ângulos internos de um dodecágono é:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = (12 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 10 \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 1800^\circ$$

Como estamos trabalhando com um polígono regular, **todos os seus ângulos internos são iguais**. Logo, para determinarmos seu valor, basta dividirmos a soma dos ângulos internos por "n".

$$\alpha = \frac{S_i}{n} \rightarrow \alpha = \frac{1800^\circ}{12} \rightarrow \alpha = 150^\circ$$

Vamos repetir esse mesmo procedimento para o octógono (**n = 8**).

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = (8 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 6 \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 1080^\circ$$

O ângulo interno do octógono regular é dado por:

$$\beta = \frac{S_i}{n} \rightarrow \beta = \frac{1080^\circ}{8} \rightarrow \beta = 135^\circ$$

Pronto! A questão pede **a diferença** entre esses dois ângulos.

$$\alpha - \beta = 150^\circ - 135^\circ \rightarrow \boxed{\alpha - \beta = 15^\circ}$$

Gabarito: LETRA A.

15. (QUADRIX/SEDF/2021) Um polígono de 1.000 lados é chamado de quiliágono. A respeito do quiliágono regular, julgue o item.

O ângulo externo é igual a 21' 36".

Comentários:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

Vimos na teoria que a soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a 360° . Em um polígono regular, também teremos **todos os ângulos externos iguais**. Assim, para encontrar o valor do ângulo externo é suficiente **dividirmos 360° por n** .

$$\alpha_e = \frac{360^\circ}{n}$$

Em um quiliágono, temos $n = 1000$. Assim:

$$\alpha_e = \frac{360^\circ}{1000} \rightarrow \alpha_e = 0,36^\circ$$

O item trouxe o ângulo **em minutos e segundos**. Para fazer a conversão, precisamos saber que:

$$60' = 1^\circ \quad \text{e} \quad 1' = 60''$$

Com isso:

$$\alpha_e = 0,36^\circ = 0,36 \cdot 60' = 21,6'$$

Como $0,6' = 36''$:

$$\alpha_e = 21'36''$$

Gabarito: CERTO.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

LISTA DE QUESTÕES

Introdução

Outras Bancas

1. (OMNI/PREF. LENÇÓIS PTA/2021) Consideremos três pontos A, B e C em um plano π , análise as opções abaixo e marque aquela que tem uma afirmação verdadeira.

- A) Entre os pontos A, B e C, sempre é possível desenhar um triângulo.
- B) O segmento AB, ou seja, o segmento de reta que começa no ponto A e termina no ponto B, tem uma quantidade finita de pontos.
- C) A reta que passa pelos pontos A e B, pode passar também pelo ponto C.
- D) A, B e C não podem estar todos no plano π .

2. (AOCP/PREF. TERESÓPOLIS/2021) Sabe-se que a diferença entre o dobro do suplemento de um ângulo x e os dois quintos da medida desse mesmo ângulo x é zero. Dessa forma, é correto afirmar que a medida do ângulo x é igual a

- A) 180°
- B) 150°
- C) 120°
- D) 90°
- E) 30°

3. (INST. EXCELÊNCIA/PREF. TAUBATÉ/2019) Conforme o estudo de ângulos e retas, analise as seguintes afirmativas:

- I - Duas retas são perpendiculares se formarem um ângulo reto.
- II - Duas retas concorrentes e não perpendiculares formam dois ângulos agudos.
- III - Duas retas concorrentes e não perpendiculares formam dois ângulos obtusos.
- IV - Duas retas paralelas entre si formam um ângulo raso de 180° .

Está CORRETO o que se afirma em:

- A) I, II e III.
- B) I, II e IV.
- C) I, III e IV.
- D) Nenhuma das alternativas.

4. (SGP-J/PREF. JOINVILLE/2019) Qual das afirmações a seguir é falsa:

- A) Dois pontos determinam uma única reta;
- B) Por um ponto passam infinitas retas;
- C) Por um ponto passam infinitos planos;
- D) Por uma reta passam infinitos planos;



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



E) Um plano contém infinitas retas.

5. (CONSCAM/SAEEDOCO/2018) De acordo com os conceitos primitivos da Geometria Plana, assinale a alternativa correta.

- A) Duas retas coplanares são concorrentes quando não possuem ponto comum.
- B) Por um ponto dado no plano passa-se somente uma reta.
- C) As retas e semirretas coplanares possuem as mesmas características.
- D) As retas paralelas coplanares classificam-se em distintas e coincidentes.
- E) Em um plano existe somente uma reta.

6. (CONSCAM/CM GARÇA/2018) As afirmações a seguir se referem a noções básicas de Geometria

I- Duas retas que têm um ponto comum são concorrentes.

II- Se dois planos têm uma reta comum, eles são coplanares.

III- Se dois planos têm uma única reta comum, eles são secantes.

Após classificá-las como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), o resultado obtido será:

- A) V, V, V.
- B) V, F, V.
- C) F, V, F.
- D) F, F, V.
- E) F, F, F.

7. (AVANÇASP/CM TABOÃO DA SERRA/2022) A sombra de Rodrigo projetada no chão, com a parede de sua casa, formava, em uma determinada hora, 122° . Das alternativas abaixo, qual apresenta corretamente esse ângulo?

- A) ângulo agudo.
- B) ângulo reto.
- C) ângulo obtuso.
- D) ângulo raso.
- E) ângulo nulo.

8. (AVANÇASP/ISS - LOUVEIRA/2022) Das alternativas abaixo, qual apresenta de forma correta um ângulo reto?

- A) 70° .
- B) 85° .
- C) 90° .
- D) 100° .
- E) 180° .

9. (FEPESE/PREF. B. CAMBORIÚ/2022) O ângulo, em graus, cuja terça parte do suplementar excede a metade do complementar em 19 graus é:

- A) Menor que 22.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

- B) Maior que 22 e menor que 25.
- C) Maior que 25 e menor que 28.
- D) Maior que 28 e menor que 31.
- E) Maior que 31.

Inéditas

10. (Questão Inédita) Assinale a alternativa que apresenta os ângulos 30° , 45° , 60° e 90° , nessa ordem, em radianos.

- A) $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{2}$
- B) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{2}$
- C) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{6}$
- D) $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{8}$ e π
- E) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{8}$ e 2π



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

GABARITO

- | | |
|------------|-------------|
| 1. LETRA C | 6. LETRA D |
| 2. LETRA B | 7. LETRA C |
| 3. LETRA A | 8. LETRA C |
| 4. LETRA A | 9. LETRA B |
| 5. LETRA D | 10. LETRA B |



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

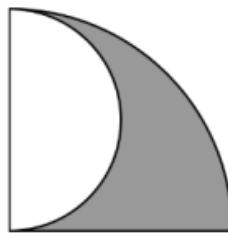


LISTA DE QUESTÕES

Circunferências

FGV

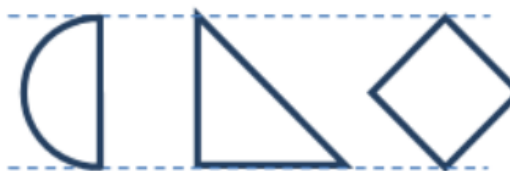
1. (FGV/CODEMIG/2015) A região sombreada na figura é conhecida como “barbatana de tubarão” e foi construída a partir de um quadrante de círculo de raio 4 e de um semicírculo.



A área dessa “barbatana de tubarão” é:

- A) 2π
- B) $5\pi/2$
- C) 3π
- D) $7\pi/2$
- E) 4π

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Considere o semicírculo, o triângulo retângulo e o quadrado mostrados abaixo.



Sabendo-se que o diâmetro no semicírculo, os catetos do triângulo retângulo e a diagonal do quadrado têm o mesmo tamanho, é correto concluir que:

- A) apenas o semicírculo e o quadrado têm a mesma área;
- B) apenas o quadrado e o triângulo têm a mesma área;
- C) apenas o semicírculo e o triângulo têm a mesma área;
- D) todas as três figuras têm áreas diferentes;
- E) as três figuras têm a mesma área.

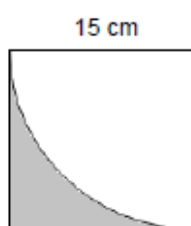


3. (FGV/BANESTES/2018) Em uma praça há uma pista de corrida circular com 50m de raio. Um corredor deu 7 voltas completas nessa pista. Esse corredor percorreu, aproximadamente:

- A) 2000m;
- B) 2200m;
- C) 2400m;
- D) 2800m;
- E) 3000m;

FCC

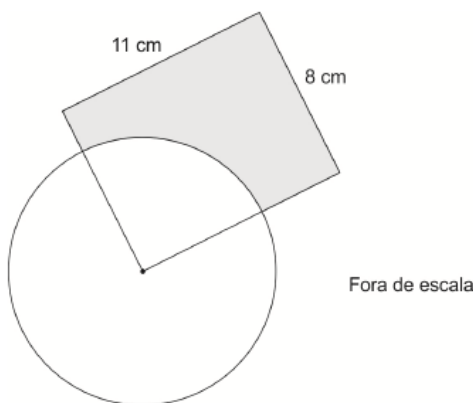
4. (FCC/SABESP/2019) Verifica-se na figura abaixo, um quadrado e um arco de circunferência.



O perímetro da região cinza é:

- A) $30 + \left(\frac{15}{2}\right)\pi$
- B) $30 + \left(\frac{2}{15}\right)\pi$
- C) $15 + \left(\frac{15}{2}\right)\pi$
- D) $15 + \left(\frac{2}{15}\right)\pi$
- E) 30

5. (FCC/PREF. SJRP/2019) Um dos vértices de um retângulo de lados 11 cm e 8 cm é o centro de uma circunferência, conforme mostra a figura abaixo.



Sabendo que a área da parte sombreada da figura é $\frac{352-\pi}{4} \text{ cm}^2$, o raio da circunferência, em cm, mede:



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



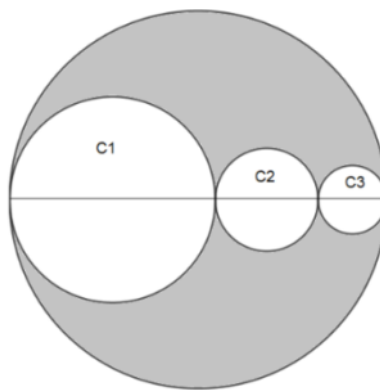
APONTE SUA CAMERA

- A) 1.
- B) 2.
- C) 3.
- D) 4.
- E) 5.

CEBRASPE

6. (CESPE/SEDUC-AL/2021) Julgue o item subsequente, relativos a geometria.

Considere que, na figura a seguir, os raios dos círculos internos C1, C2 e C3 sejam, respectivamente, iguais a r , $r/2$ e $r/3$, em que r é um número real positivo. Nesse caso, a área da parte em cinza é igual a $2\pi r^2$.



7. (CESPE/IFF/2018) Um quadrado tem todos os seus vértices sobre uma circunferência de 4 cm de raio. Nesse caso, a área desse quadrado é igual a

- A) 4 cm²
- B) 8 cm²
- C) 16 cm²
- D) 32 cm²
- E) 64 cm²

CESGRANRIO

8. (CESGRANRIO/LIQUIGAS/2018) Carlos e Eduardo estão em um pátio circular e notaram que, se ambos estivessem sobre a circunferência que limita o pátio, então a maior distância que um deles poderia ficar do outro mediria 24 metros. Ao notarem isso, eles se dispuseram em posições que realizam tal distância máxima. Se Eduardo ficar parado em sua posição, e Carlos caminhar até ele, pela circunferência do pátio, então, a medida mínima do comprimento percorrido por Carlos, em metros, será mais próxima de

- A) 30
- B) 15



- C) 45
D) 38
E) 70

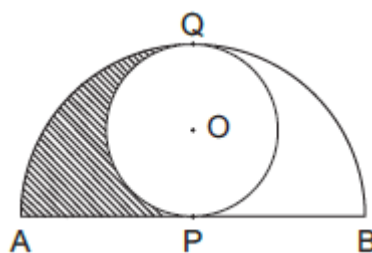
9. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2014) A figura a seguir foi construída de modo que cada círculo menor tangencia um diâmetro do círculo imediatamente maior no seu centro. A área pintada mede 63 cm^2 .



A área do círculo maior, em cm^2 , vale

- A) 76
B) 84
C) 90
D) 93
E) 96

10. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2009)



A figura acima ilustra um círculo de centro em O e raio igual a 1 cm, inscrito em um semicírculo. P é o ponto médio do segmento AB. O círculo tangencia o semicírculo em P e Q. Os pontos O, P e Q são colineares. A área hachurada vale, em cm^2 ,

- A) 3π
B) 2π
C) $3\pi/2$
D) π
E) $\pi/2$



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



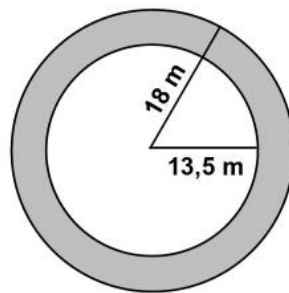
APONTE SUA CAMERA

Outras Bancas

11. (FUNDATEC/BM RS/2022) Um círculo de raio r tem área πr^2 . Se dobrarmos o seu raio, teremos que a sua área aumenta:

- A) 2 vezes.
- B) 4 vezes.
- C) 6 vezes.
- D) 8 vezes.
- E) 10 vezes.

12. (FUNPAR/PM-PR/2021) Um irrigador distribui água numa região circular, de raio 13,5 m. Devido a um defeito, esse irrigador precisou ser trocado por outro, que passou a irrigar uma região circular de raio 18 m. Assinale a alternativa que apresenta a área da parte cinza, indicada na figura abaixo, que corresponde à região que passou a ser coberta pelo segundo irrigador, além daquela coberta pelo primeiro. Use $\pi = \frac{22}{7}$



- A) 346,50 m².
- B) 396,00 m².
- C) 409,50 m².
- D) 445,50 m².
- E) 495,00 m².

13. (FUNDATEC/PREF. AMETISTA DO SUL/2021) Quantos metros mede a circunferência de um círculo cujo diâmetro é igual a 18 m? (utilizar $\pi = 3,14$).

- A) 56,52.
- B) 70,65.
- C) 84,78.
- D) 98,91
- E) 113,04.

14. (INST. CONSULPLAN/CM BARBACENA/2022) Para delimitar um lote circular recentemente adquirido, o proprietário planeja instalar uma cerca com arame liso. Sabe-se que o lote possui diâmetro de 24 metros



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

e o arame é vendido em rolos com 36 metros cada. Considerando que $\pi = 3,14$ e que o proprietário deseja uma cerca com 4 faixas de arame liso, quantas unidades de rolo, no mínimo, ele deverá comprar?

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 10

15. (FUNDATEC/PREF. CANDELÁRIA/2022) Uma pessoa caminha em volta de uma praça circular que contém 1800 m de diâmetro. Nesse percurso, realizado 4 vezes na semana, ela dá uma volta e meia. Quantos quilômetros essa pessoa caminha ao todo durante uma semana? Considere $\pi = 3$.

- A) 56,7 km.
- B) 32,4 km.
- C) 8,1 km.
- D) 5,67 km.
- E) 3,24 km.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



GABARITO

1. LETRA A
2. LETRA B
3. LETRA B
4. LETRA A
5. LETRA A

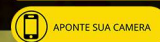
6. CERTO
7. LETRA D
8. LETRA D
9. LETRA E
10. LETRA E

11. LETRA B
12. LETRA D
13. LETRA A
14. LETRA C
15. LETRA B



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



LISTA DE QUESTÕES

Triângulos

FGV

1. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Em um triângulo retângulo ABC, considere um ponto D, sobre a hipotenusa AC tal que o comprimento do segmento AD é igual ao comprimento do segmento DB. Se o ângulo BDC mede 40° , o ângulo BCD mede

- a) 70° .
- b) 60° .
- c) 50° .
- d) 40° .
- e) 30° .

2. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Considere um triângulo ABC. Seja D um ponto sobre o lado AB tal que o comprimento de AD é o dobro do comprimento de DB. Seja E o ponto médio do lado BC.

Se a área do triângulo ADE mede 6 cm^2 , a área do triângulo ABC, em cm^2 , mede

- a) 24.
- b) 18.
- c) 15.
- d) 12.
- e) 9.

3. (FGV/SENADO/2022) João dispõe de objetos de madeira na forma de triângulos com um ângulo reto. Há triângulos de dois tipos: os de tipo 1 possuem dois catetos iguais medindo 1cm, os de tipo 2 também possuem dois catetos iguais, mas medindo 3 cm. Para montar um quadrado com 9 cm de lado todo preenchido de triângulos, João pode escolher usar

- a) 70 triângulos de tipo 1 e 10 triângulos de tipo 2.
- b) 81 triângulos de tipo 1 e 8 triângulos de tipo 2.
- c) 102 triângulos de tipo 1 e 6 triângulos de tipo 2.
- d) 88 triângulos de tipo 1 e 8 triângulos de tipo 2.
- e) 72 triângulos de tipo 1 e 10 triângulos de tipo 2.

FCC

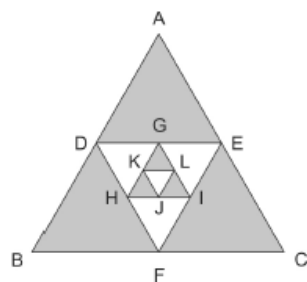
4. (FCC/SABESP/2019) O triângulo ABC, de área 64 cm^2 , foi dividido pelos segmentos DE, DF, EF, em quatro triângulos congruentes. O triângulo DEF, por sua vez, foi dividido pelos segmentos GH, HI e GI, em quatro triângulos congruentes, o mesmo acontecendo com o triângulo GHI através dos segmentos JK, KL, LJ.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

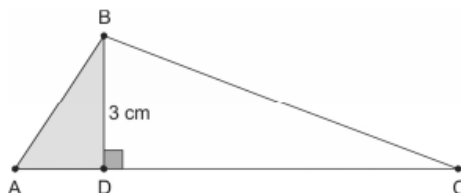




Assim sendo, a área da região sombreada na figura é, em cm^2 ,

- A) 60
- B) 63
- C) 64
- D) 51
- E) 48

5. (FCC/PREF. SJRP/2019) Em um triângulo ABC a altura BD relativa ao lado AC mede 3 cm, conforme mostra a figura.



Sabendo que o segmento CD é 6 cm maior que o segmento AD e que a área do triângulo BCD é o quádruplo da área do triângulo ABD , a área do triângulo ABC , em cm^2 , é:

- A) 12
- B) 15
- C) 18
- D) 21
- E) 24

CEBRASPE

6. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Considere que um triângulo ABC tenha lados com as seguintes medidas: 3 cm, 5 cm e 7 cm. Se o triângulo DEF é semelhante ao triângulo ABC e tem perímetro 25 cm, então o menor lado do triângulo DEF é 5 cm.

7. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Seja ABC um triângulo com $\hat{A}BC = 90^\circ$ e $\hat{A}CB = 30^\circ$. Se $\overline{BC} = \sqrt{3}$ cm e se a altura com relação ao vértice B encontra o segmento $\overline{AC}$ no ponto D , então o comprimento do segmento $\overline{AD}$ é 1 cm.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

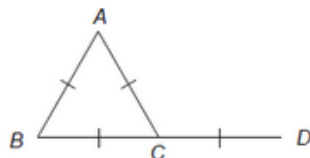
<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

CESGRANRIO

8. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Um arame de extremidades C e D e 8 cm de comprimento é dobrado de modo a formar um triângulo equilátero ABC mantendo os pontos B, C e D alinhados, conforme a Figura a seguir.



Qual a distância, em centímetros, entre os pontos A e D?

- A) $\sqrt{3}$
- B) $2\sqrt{3}$
- C) $4\sqrt{3}$
- D) 2
- E) 4

9. (CESGRANRIO/IBGE/2016) Considere as seguintes definições:

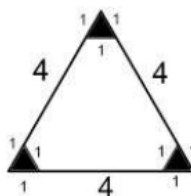
- 1 - Um triângulo é chamado de escaleno quando os seus lados possuem comprimentos diferentes.
- 2 - Um triângulo é chamado de isósceles quando há dois de seus lados com o mesmo comprimento.
- 3 - Um triângulo é chamado de equilátero quando todos os seus lados possuem o mesmo comprimento.

De acordo com as definições apresentadas, um triângulo não é escaleno quando, e apenas quando, ele

- A) é isósceles.
- B) é isósceles, mas não é equilátero.
- C) não é isósceles.
- D) não é equilátero, nem é isósceles.
- E) não é equilátero.

Outras Bancas

10. (RBO/ISS-BH/2022) Na figura a seguir, temos um triângulo equilátero de lado 6 dm, e em cada vértice desse triângulo, temos triângulo equilátero de lado 1 dm.



ADQUIRA O CURSO COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

O percentual do triângulo de lado 6 dm, que está escurecido, é de, aproximadamente,

- A) 6,67%.
- B) 7,33%.
- C) 8,33%.
- D) 9,00%.
- E) 10,2%

11. (FUNDATEC/PREF. FLORES DA CUNHA/2022) Analise as assertivas a seguir:

- I. Todo triângulo retângulo tem um ângulo reto.
- II. Todo triângulo retângulo tem catetos e hipotenusa.
- III. Os ângulos internos de um triângulo retângulo possuem medidas iguais.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e II.
- D) Apenas II e III.
- E) I, II e III.

12. (IDECAN/IBGE/2022) Considere as seguintes afirmações abaixo:

- I. A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180° .
- II. Em todo triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.
- III. Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

Assinale o item correto:

- A) Somente I está correta.
- B) Somente II está correta.
- C) Somente I e II estão corretas.
- D) Somente II e III estão corretas.
- E) Todas as afirmações estão corretas.

13. (DIRENS/EEAR/2020) Em relação aos triângulos, marque V para verdadeiro e F para falso. Em seguida, assinale a alternativa com a sequência correta.

- () Triângulo acutângulo é todo triângulo que possui dois lados agudos.
- () Em todo triângulo, a soma das medidas dos ângulos externos é igual a 360° .
- () Triângulo obtusângulo é todo triângulo que possui um dos ângulos internos obtuso.
- () Em todo triângulo, a medida de um ângulo externo é igual a soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



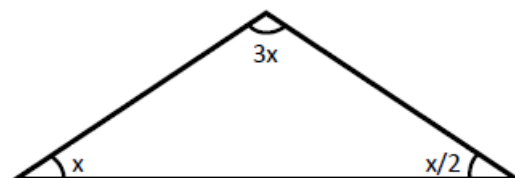
APONTE SUA CAMERA

- A) F - V - V - V
- B) V - F - F - F
- C) F - F - F - V
- D) V - V - V - F

14. (FEPESE/PREF. MAFRA/2021) Os lados de um triângulo medem 4, 6 e 10 centímetros. Um segundo triângulo é semelhante ao primeiro e tem perímetro igual a 60 cm. Logo, o maior lado do segundo triângulo mede:

- A) 60 cm.
- B) 20 cm.
- C) 18 cm.
- D) 40 cm.
- E) 30 cm.

15. (IDECAN/SES DF/2014) Observe a figura a seguir.



Qual é o valor de x ?

- A) 20° .
- B) 40° .
- C) 45° .
- D) 90° .
- E) 180° .



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

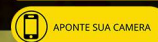
GABARITO

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| 1. LETRA A | 6. CERTO | 11. LETRA C |
| 2. LETRA B | 7. ERRADO | 12. LETRA E |
| 3. LETRA E | 8. LETRA B | 13. LETRA A |
| 4. LETRA D | 9. LETRA A | 14. LETRA E |
| 5. LETRA B | 10. LETRA C | 15. LETRA B |



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>

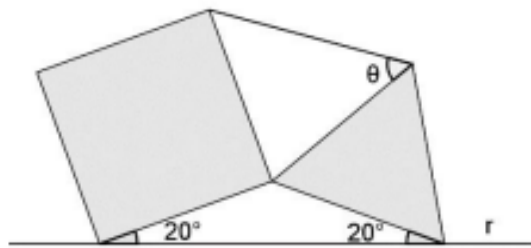


LISTA DE QUESTÕES

Quadriláteros

FGV

1. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Na figura abaixo aparecem um quadrado e um triângulo equilátero (sombreados), cada um deles com um vértice na reta r , e um lado fazendo 20° com a reta r .



O ângulo assinalado com a letra θ mede

- a) 40° .
- b) 45° .
- c) 50° .
- d) 55° .
- e) 60° .

2. (FGV/SEJUSP-MG/2022) Partindo de um retângulo, Eduardo construiu dois outros retângulos, R1 e R2. As dimensões do retângulo R1 são a metade das dimensões do retângulo inicial e as dimensões do retângulo R2 são o dobro das dimensões do retângulo inicial. A razão entre a área do retângulo R2 e a área do retângulo R1 é

- a) 32.
- b) 16.
- c) 8.
- d) 4.
- e) 2.

3. (FGV/SEAD-AP/2022) Um quadrado está inscrito em um círculo de raio R . Cada um dos menores arcos do círculo determinado por um lado do quadrado é refletido no respectivo lado. A área da região delimitada por esses 4 arcos refletidos é:

- a) $(\pi - 1)R^2$.
- b) $(\pi - \sqrt{2})R^2$.
- c) $(3\sqrt{2} - \pi)R^2$.
- d) $(4 - \pi)R^2$.

ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



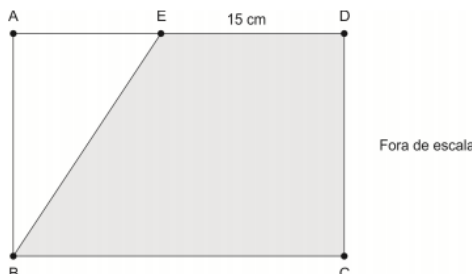
APONTE SUA CAMERA



e) $(4\sqrt{2} - \pi)R^2$.

FCC

4. (FCC/PREF. SJRP/2019) O ponto E pertence ao lado AD do retângulo ABCD e ED=15 cm, conforme mostra a figura.



Sabendo que a área do retângulo ABCD é 336 cm^2 e que a área do trapézio BCDE é 273 cm^2 , a medida, em cm, do lado AB, é:

- A) 14
- B) 15
- C) 16
- D) 17
- E) 18

5. (FCC/AGED-MA/2018) Uma empresa designou para recreação de seus funcionários um espaço retangular de dimensões inteiras e diferentes da unidade, em metros, cuja área é 793 m^2 . Sabe-se que a área de um retângulo é o produto de suas duas dimensões. No último mês, a empresa aumentou a dimensão maior desse espaço retangular em 4 metros e a menor em 3 metros. Feito isso, a área de recreação dos funcionários aumentou em

- A) 247 m^2
- B) 12 m^2
- C) 315 m^2
- D) 189 m^2
- E) 49 m^2

CEBRASPE

6. (CESPE/FUB/2022) Julgue o item que se segue, relacionados a geometria plana e espacial.

Um paralelogramo ABCD com $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$ e $\hat{A}BC = 30^\circ$ tem área igual a 30 cm^2 .



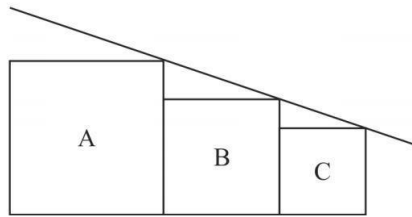
ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

7. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Os quadrados A, B e C foram colocados lado a lado, de modo que uma reta contém os três vértices superiores, como mostra a figura a seguir

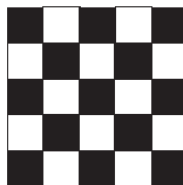


Se a área do quadrado A for 24 cm^2 , e a área do quadrado C for 6 cm^2 , então a área do quadrado B será igual a

- A) 9 cm^2
- B) 10 cm^2
- C) 12 cm^2
- D) 15 cm^2
- E) 18 cm^2

CESGRANRIO

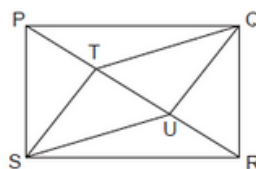
8. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) A Figura mostra um tabuleiro 5×5 , composto por 25 quadradinhos idênticos. A área total do tabuleiro é de 500 cm^2 .



A soma das áreas, em cm^2 , de todos os quadradinhos escuros desse tabuleiro é igual a

- A) 240
- B) 250
- C) 260
- D) 270
- E) 280

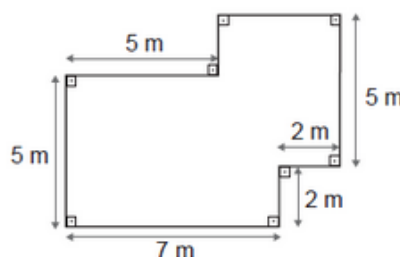
9. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Em um retângulo de lados $PQ = 12 \text{ cm}$ e $QR = 9 \text{ cm}$, os pontos T e U dividem a diagonal em três segmentos iguais, como ilustrado na Figura abaixo.



A área do quadrilátero STQU, em cm^2 , é igual a

- A) 108
- B) 72
- C) 54
- D) 48
- E) 36

10. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) A planta baixa do estoque de uma empresa está representada pela Figura abaixo. Todas as medidas indicadas estão na unidade metro, e todos os ângulos indicados na Figura são retos.



A medida da área do estoque, em metros quadrados, é

- A) 32
- B) 45
- C) 49
- D) 55
- E) 63

Outras Bancas

11. (IBFC/IBGE/2022) Ao analisar a cobertura territorial sobre sua responsabilidade, o coordenador riscou no mapa um retângulo de modo que representasse a maior área possível da região a ser trabalhada por sua equipe. Se as medidas dos lados desse retângulo são 4,5 cm e 6 cm, então a medida da área desse retângulo, em m^2 é igual a:

- A) 0,27
- B) 0,027
- C) 0,0027
- D) 2,7
- E) 0,000027

12. (NUCEPI UESPI/PM-PI/2022) Durante uma manifestação na Avenida Frei Serafim em Teresina, os soldados Emanuel, Fábio e Gilson foram designados para acompanhar o evento. Quando retornaram ao quartel, o comandante indagou sobre o número de pessoas que participaram da manifestação. Emanuel informou que foi ocupada uma faixa retangular da Avenida, medindo 14 m por 176 m, pelos manifestantes. Fábio disse que, em média, havia 4 pessoas por metro quadrado. Por sua vez, Gilson fez as contas e



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



APONTE SUA CAMERA

informou ao comandante, de maneira correta, o número total de manifestantes. O número informado por Gilson foi de aproximadamente

- A) 12.000 pessoas.
- B) 11.000 pessoas.
- C) 10.000 pessoas.
- D) 9.000 pessoas.
- E) 8.000 pessoas.

13. (AOCPC/CM BAURU/2022) João, servidor da Câmara, possui um sítio que usa para descanso aos fins de semana. Ele pretende construir um galinheiro no sítio. Para isso, deseja utilizar um rolo com 200 metros de tela que ele já possui. Se a forma que João escolheu é a retangular e ele usará a tela em todos os lados do retângulo, qual é a área máxima que o galinheiro pode ter?

- A) 1.600 m²
- B) 2.000 m²
- C) 2.400 m²
- D) 2.500 m²
- E) 2.700 m²

Vunesp

14. (VUNESP/ALESP/2022) Um terreno retangular tem o lado maior com 5 metros a mais que o lado menor. A prefeitura exige que haja um recuo em cada lado para realizar construções. Realizando os recuos obrigatórios, o proprietário perde 75 m² da área do terreno para a construção da casa. Essa perda corresponde à décima parte da área total do terreno. Com essas informações, é correto afirmar que a medida do contorno desse terreno é, em metros, igual a

- A) 110
- B) 105
- C) 120
- D) 115
- E) 100

15. (VUNESP/ALESP/2022) Comprei um terreno quadrado e em seguida comprei outro, retangular, cuja largura é igual ao lado do terreno quadrado, e o comprimento tem 3 metros a mais que a largura. Sabendo que a área total dos dois terrenos é de 324 m², a diferença entre as áreas desses dois terrenos é, em metros quadrados, igual a

- A) 38
- B) 42
- C) 40
- D) 44
- E) 36



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



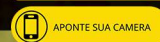
GABARITO

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| 1. LETRA D | 6. CERTO | 11. LETRA C |
| 2. LETRA B | 7. LETRA C | 12. LETRA C |
| 3. LETRA D | 8. LETRA C | 13. LETRA D |
| 4. LETRA A | 9. LETRA E | 14. LETRA A |
| 5. LETRA A | 10. LETRA C | 15. LETRA E |



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>



PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



ADQUIRA O CURSOS COMPLETO CLICANDO NO LINK ABAIXO

<https://t.me/cursosparaconcurso>





O objetivo da “Trilha do Concurseiro” é proporcionar uma preparação acessível e viável para todos os candidatos. Reconhecemos que nem todos têm acesso a plataformas de cursos online, seja devido ao custo ou à falta de equipamentos. Para aqueles que desejarem e tiverem condições de assinar, compartilhamos a seguir os links de algumas plataformas de cursos que usamos como referência:

grancursos
estrategia
wikipedia (ref em pesquisa)